Methode zur Bestimmung :: der Ionenkonstanten. ::

(Beweglichkeiten.)

Von der

kgl. Technischen Hochschule zu München

zur Erlangung der Würde eines Doktors

der technischen Wissenschaften genehmigte

Dissertation.

Vorgelegt von

Diplom-Ingenieur

Leonhard Heis.

Referent:

Geheimer Hofrat

Prof. Dr. Hermann Ebert.

Korreferent:

Prof. Dr. Oskar Knoblauch.

Angenommen am 7. Juli 1911.

1912. ▫ ▫ ▫ ▫ Druck von H. Laupp jr Tübingen.

Methode zur Bestimmung :: der Ionenkonstanten. ::

(Beweglichkeiten.)

Von der
kgl. Technischen Hochschule zu München
zur Erlangung der Würde eines Doktors
der technischen Wissenschaften genehmigte
Dissertation.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Vorgelegt von

Diplom-Ingenieur
Leonhard Heis.

Referent:
Geheimer Hofrat
Prof. Dr. Hermann Ebert.

Korreferent:
Prof. Dr. Oskar Knoblauch.

Angenommen am 7. Juli 1911.

1912. ▫ ▫ ▫ ▫ Druck von H. Laupp jr Tübingen.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546317_0059

Inhaltsangabe.

Seite

Einleitung 1
A. Die Versuchsanordnung 3
1. Die Methode 3
2. Die Beschreibung der Apparate 9
Der Plattenkondensator 9
Die Schutzhüllen 12
Der Schlüsselkasten 13
Die Drehkondensatoren 14
Das Elektrometer 14
Das radioaktive Präparat 15
Befreiung der Luft von Wasserdampf- und Staubgehalt 15
3. Die Konstanten der Meßinstrumente 16
Die Voltempfindlichkeit und die dynamischen Konstanten des Elektrometers 16
Die Kapazitäten und Bindungszahlen 22
Die Berechnung der Stromstärken 27
B. Die Stromcharakteristiken 28
1. Die Sättigungsströme 31
2. Der Wiedervereinigungskoeffizient 33
3. Die Beweglichkeiten 35
C. Zusammenfassung 40

Einleitung.

Die Erkenntnis, daß die Leitfähigkeit der Gase der Anwesenheit von kleinen geladenen Teilchen, den sogenannten Ionen zuzuschreiben ist, führt in konsequenter Verfolgung dieses Gedankens zu einem Gesetz für die Abhängigkeit der Stromdichte von der Feldstärke, das durch J. J. Thomson[1]) seine quantitative mathematische Formulierung gefunden hat. Durch E. Riecke[2]) um das sogenannte Diffusionsglied bereichert, beschreibt dieses Gesetz die elektrische Leitung in dichten Gasen wie das Ohmsche Gesetz in Metallen. Während dieses eine einfache lineare Beziehung darstellt und nur die Kenntnis einer einzigen Konstanten, der Leitfähigkeit, erfordert, ist jenes in weit verwickelterer Art und mit Verwendung von fünf Konstanten aufgebaut.

Seit in den letzten Jahren die Erforschung der atmosphärischen Elektrizität mehr und mehr in den Vordergrund des Interesses vieler Physiker gerückt ist, hat die Kenntnis dieser Größen eine immer größer werdende Bedeutung erlangt, ist uns doch damit die Möglichkeit gegeben, die Wirkungsweise der zahlreichen zur Erforschung der Luftelektrizität erdachten Apparate quantitativ exakt zu beurteilen. Andererseits ist zur Genüge bekannt, welch hervorragende Rolle die Ionenströme als Indikatoren bei der Analyse radioaktiver Substanzen spielen. Diese fünf Konstanten, die Beweglichkeiten für die Ionen beiderlei Vorzeichens, der Wiedervereinigungskoeffizient und die beiden Diffusionskoeffizienten waren daher das Ziel zahlreicher experimenteller Untersuchungen. Vergleicht man jedoch die in der Literatur mannigfach verstreuten Werte für diese Größen, so findet man, daß dieselben oftmals in durchaus nicht genügender Uebereinstimmung miteinander zu stehen scheinen. Sieht man näher zu, so möchte man fast zu der Ueberzeugung gelangen, daß die erhaltenen Resultate Funktionen der angewandten Methode seien.

Wohl die meisten Versuchsanordnungen zur experimentellen Ermittelung dieser Daten beruhen auf der Verwendung von in Röhren be-

1) J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, deutsch von E. Marx, 1906, Kap. 3, S. 65 ff.

2) E. Riecke, Beiträge zu der Lehre von der Luftelektrizität. Gött. Wiss. Nachr. 1903, S. 1 u. 2.

wegter Luft. Die Geschwindigkeit dieser Luftströme ist oftmals nicht unbeträchtlich. Inwieweit das Auftreten von Wirbeln dabei die Wiedervereinigung und die Adsorption der Ionen an den Wänden beeinflußt, ist schwer abzuschätzen. Ebenso schwer ist zu beurteilen, inwiefern die im Rohrquerschnitt verschieden verteilten Strömungsgeschwindigkeiten der Luft auf die Mittelbildung der Resultate einwirken.

Aus diesem Grunde erscheint es wichtig, die Bestimmung aller dieser Größen durchaus in ruhender Luft vorzunehmen und zu versuchen, ob es nicht möglich sei, aus der einfachsten Art der Ionenbewegung, der geradlinigen, stationären, ohne diese von der Zeit unabhängige elektrische Strömung durch irgendwelche Mittel zu stören, die so wichtigen Größen zu ermitteln.

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht zu beweisen, daß dieses Problem allein mit Hilfe der Stromcharakteristika, d. h. der zahlenmäßigen Abhängigkeit der Stromstärke von der aufgewandten Potentialdifferenz lösbar sei; dabei beschränken sich die Untersuchungen nur auf Beobachtungen in trockner Luft von normalem Druck und Temperatur.

Eine weitere Einschränkung ergab sich aus dem Umstand, daß für die Ermittlung des Wiedervereinigungskoeffizienten nach diesen Gesichtspunkten die Methode Retschinskys [1]) bereits vorliegt und daß die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten nach einer derartigen Methode inzwischen Townsend [2]) in Angriff genommen hat.

Die vorliegenden Untersuchungen beschäftigen sich vor allem mit der Ermittlung der Beweglichkeiten.

---

1) T. Retschinsky, Ueber die Wiedervereinigung der Ionen in Luft, Leipzig, J. A. Barth, 1905.

2) J. S. Townsend, Proc. Roy. Soc. (A) **80**, S. 207—211, 1908.

A. Die Versuchsanordnung.

1. Methode.

Ohne uns eingangs besonders mit der Theorie der Ströme in dichten Gasen zu befassen — sie ist, soweit es notwendig erschien, in späteren Abschnitten behandelt, — müssen wir uns vor allem klar darüber werden, welche Anordnung wir treffen wollen, um die Stromcharakteristiken zu erhalten.

Die zweckmäßigste Anordnung ist wohl die, bei welcher Theorie und Experiment gleichzeitig sich am einfachsten gestalten. Die axial-symmetrische Anordnung ergibt sich von selbst. Wir entscheiden uns deshalb für den Plattenkondensator. Denn in der nächsten Nachbarschaft der Symmetrieachse können die Ströme als Funktionen nur einer Koordinate des Raumes dargestellt werden. Die Rechnungen werden in diesem Falle auf relativ einfache Ausdrücke führen. Andererseits ist aber wohl von allen Kondensatoren der Plattenkondensator konstruktiv der einfachste und daher mit der größten Genauigkeit herzustellen. Um zwischen den beiden parallelen Platten des Kondensators, welche sich auf verschiedenen Potentialen befinden, Ströme zu erhalten, ist es notwendig, daß das dazwischen befindliche Gas ionisiert ist. Die Formel, welche uns die Abhängigkeit des Stromes von der Potentialdifferenz berechnen läßt, ist jedoch zurzeit nur für den Fall bekannt, daß die spezifische Ionisation, d. h. die Anzahl der Ionen, welche pro Sekunde in der Volumeneinheit des betrachteten Raumes erzeugt werden, an jedem Orte die gleiche ist.

Diese homogene Ionisation läßt sich aber experimentell nur sehr schwer, wohl noch am leichtesten beim Plattenkondensator verwirklichen. Es kommen hier vor allem zwei Quellen zur Erzeugung der Leitfähigkeit der Gase in Betracht, die Röntgenstrahlen und die radioaktiven Substanzen. Die Röntgenstrahlen haben jedoch die für unsere Zwecke nachteilige Erscheinung im Gefolge, daß sie überall, wo sie auf Leiter treffen, Sekundärstrahlen erzeugen, die den homogenen Verlauf der Ionisation stören würden. Ebenso nachteilig fühlbar macht sich die diskontinuierliche Erzeugung der Röntgenstrahlen und die von J. S. Townsend [1])

1) J. S. Townsend, Proc. Roy. Soc. (A) **80**, S. 207—211, 1908.

nachgewiesene Existenz von doppelt geladenen Ionen in den von Röntgenstrahlen ionisierten Gasen widerspricht den einfachen Annahmen der Theorie. Wir entscheiden uns daher für die Anwendung eines radioaktiven Präparates, und zwar benützen wir als Ionisator die Alphastrahlen von RaF des sogenannten Poloniums. RaF sendet nur Alphastrahlen aus. Es hat eine Halbwertzeit von 143 Tagen; die Ionisation ändert sich daher während des Versuches bloß in unmerklicher Weise.

Da es außerdem in seinen Zerfallprodukten keine Emanation enthält, ist eine Störung durch die zeitlich schnell sich ändernde induzierte Aktivität, die sich überall niederschlagen würde, ausgeschlossen. Abgesehen von einer Störung der Ionisation im Untersuchungsraum würde sie auch eine Vergrößerung der Isolationsverluste zur Folge haben. Schwierigkeiten bereitet nur die Erzeugung homogener Ionisation.

Wir wollen uns hier eine Eigenschaft der Alphastrahlen zunutze machen, die Bragg zuerst an den Alphastrahlen des Radiums nachgewiesen hat. Indem Bragg[1]) die Alphastrahlen in einiger Entfernung vom Präparat durch eine kleine Blende austreten ließ, erreichte er, daß die Strahlen nur wenig divergierten, und erzielte so ein Bündel fast paralleler Alphastrahlen.

Er konnte dann zeigen, daß die Anzahl der Ionen, die von einem Alphateilchen längs eines Zentimeters erzeugt wird, auf der ersten Hälfte der Reichweite nahezu konstant bleibt. Erst später folgt einem starken Anschwellen ein plötzliches Erlöschen. Besonders deutlich geht dies aus Versuchen hervor, die neuerdings Mc. Clung[1]) ausführte, wie nebenstehende Figur zeigt. In unserem Falle handelt es sich darum, daß wir in dem ganzen Raume zwischen den Platten des Kondensators konstante Ionisation haben. Wenn wir daher eine Platinblechscheibe so aktivieren, daß jeder cm^2 gleich viel Alphastrahlen in der Zeiteinheit aussendet, und wenn es uns gelingt, nur jene Alphastrahlen in den Kondensatorraum gelangen zu lassen, deren Richtung nur wenig von der Lotrechten zur Platte abweicht, so werden wir innerhalb einer Entfernung, die kleiner ist als die halbe Reichweite, den gewünschten Erfolg haben.

Fig. 1.

Dieser Gedanke wurde in vorliegendem Versuche dadurch in die Tat umgesetzt, daß die obere kreisförmige Platte A des Kondensators

1) Die Versuche sind beschrieben in: Die Radioaktivität von E. Rutherford, deutsch von E. Aschkinaß, 1907, S. 177 u. ff. und S. 564 ff. Auch die in Fig. 1 gezeichnete Kurve ist diesem Buche entnommen.

mit einer Scheibe B von demselben Durchmesser abgeschlossen wurde (Tafel I, Fig. 1).

Dazwischen befand sich das gleichmäßig aktivierte kreisförmige Platinblech von dem etwas kleineren Radius von 6,5 cm. Die Verschlußscheibe hat eine kreisförmige Oeffnung von demselben Durchmesser wie das Platinblech. Es entsteht so ein flacher Ring von 3 cm Breite. Die innere Oeffnung des Ringes wurde mit ca. 6000 kleinen parallelen Röhrchen von 2 mm lichter Weite ausgefüllt, die der Plattendicke entsprechend lang sind. Diese Anordnung erinnert an eine Bienenwabe und hat den Erfolg, daß die Alphastrahlen des Poloniums höchstens unter einem Winkel gegen die Vertikale austreten können, dessen Tangente ein Viertel beträgt. Da die Reichweite der Alphastrahlen des Poloniums ca. 3,86 cm beträgt und die Röhrchen 8 mm lang sind, so dürfen wir erwarten, daß wir innerhalb eines Kreiszylinders homogene Ionisation haben, dessen Grundfläche gleich der des Platinbleches ist, und dessen Höhe die um 8 mm verminderte halbe Reichweite der Alphastrahlen ist.

Unter diesen Umständen ist es uns also möglich, in der Nähe der Symmetrieachse Ströme zu erhalten, die auch die Theorie näherungsweise zu beschreiben vermag, wenn wir nur die obere Platte der unteren genügend weit nähern. Um nur die der Symmetrieachse benachbarten Ströme aufzufangen, greifen wir zu einem Mittel, welches schon einmal in einer Arbeit von T. Retschinsky [1]), der ähnliche Ziele verfolgte, angewandt wurde; wir umgeben die untere Platte mit einem Schutzring, wodurch es gelingt, den Teil der Elektrizitätsmengen, welcher uns interessiert, von dem Teil zu trennen, der von Strömen herrührt, die weiter außen am Rande fließen und die unter dem Einfluß des dort befindlichen plötzlichen Sprunges der Ionendichte sicher einer Ablenkung in radialer Richtung durch die Wirkung der Diffusion unterworfen sind. Dazu kommt überdies, wie sich in diesen Untersuchungen zeigte, eine Ablenkung in radialer Richtung, die sich bemerkbar macht, wenn in der Volumeneinheit Ionen eines Vorzeichens im Ueberschuß sind, nämlich die gegenseitige elektrostatische Abstoßung derselben. Dieser Effekt macht sich natürlich um so mehr fühlbar, je mehr man sich dem Rande des ionisierten Kreiszylinders nähert.

Diese Ueberlegungen haben uns dahin geführt, die Stromcharakteristika aus einem Plattenkondensator zu gewinnen, dessen obere Platte zur Erzeugung homogener Ionisation die oben beschriebene eigentümliche, bienenwabenähnliche Vorrichtung trägt, und deren untere Platte mit einem Schutzring umgeben ist. Befinden sich die beiden Platten auf verschiedenen Potentialen, so werden wir Ströme von den verlangten Eigenschaften erhalten.

1) T. Retschinsky, Ueber die Wiedervereinigung der Ionen in Luft, Leipzig, J. A. Barth, 1905.

Unsere Sorge wendet sich nun den Hilfsmitteln zu, die uns gestatten, diese Ströme zu messen. Wir haben die Wahl zwischen dem Galvanometer und dem Elektrometer. Unter den bekannten Galvanometerkonstruktionen ist jedoch keine, die empfindlich genug wäre, die Ströme, die von einem Poloniumpräparat erzeugt werden, zu messen; speziell in diesem Falle, wo es sich, wie wir sehen werden, aus methodischen Gründen darum handelt, selbst die schwächsten Ströme noch quantitativ genau nachzuweisen.

Für unsere Zwecke kommt allein ein sehr empfindliches Elektrometer in Betracht, welches uns gestattet, die kleinen Potentialveränderungen zu messen, die die untere isolierte und anfangs geerdete Platte durch Aufladen innerhalb einer bestimmten Zeit erleidet, wenn wir die obere Platte auf ein bestimmtes, während des ganzen Versuches konstant zu haltendes Potential bringen. Kennen wir die Kapazität des aufgeladenen Systems, so ist es ein leichtes, daraus die Stromstärke zu berechnen, die der angelegten Potentialdifferenz zwischen den Platten entspricht, und so für den gegebenen Plattenabstand einen Punkt unserer Charakteristik zu erhalten. Wir dürfen aber dabei einen Umstand nicht übersehen, auf den in den bisherigen Methoden nicht genügend Gewicht gelegt worden zu sein scheint. Laden wir nur die vom Schutzring umgebene Platte auf und erden den Schutzring, so entsteht zwischen dieser Platte und dem Schutzring eine Potentialdifferenz, die ihrerseits wieder Ströme zwischen diesen beiden Leitern hervorruft. Wir müssen diesen Fehler, der, wie später gezeigt wird, eine nicht unbeträchtliche Größe erreichen kann, zu vermeiden trachten. Es geschieht dies dadurch, daß wir die vom Schutzring umgebene Platte, die wir im folgenden immer kurz „die untere Platte“ nennen wollen, und den Schutzring beide mit beliebig veränderlichen Kondensatoren versehen und diese Kondensatoren so einstellen, daß der Strom, der den Schutzring und den damit verbundenen „Drehkondensator“ auflädt — wir wollen diese Verbindung von Leitern das System S_2 heißen —, auf diesem in der Zeiteinheit dieselbe Potentialveränderung hervorruft, wie sie die untere Platte nebst dem damit verbundenen Drehkondensator — das System S_1 — durch den Strom erfährt, der auf die untere Platte gelangt.

Es ist klar, daß wir damit erreicht haben, daß die untere Platte und der Schutzring ihre Potentiale derartig ändern, als ob sie leitend miteinander verbunden wären. Dieser Gedanke gibt uns gleichzeitig ein Mittel an die Hand, experimentell zu prüfen, wann uns diese günstige Einstellung der Kondensatoren gelungen ist. Wir brauchen nur durch eine Schaltvorrichtung dafür zu sorgen, daß wir einmal die Aufladung des Systems S_1 für sich beobachten können und das andere Mal nachsehen, ob bei leitender Verbindung der beiden Systeme die Aufladung

dieselbe ist. Auf große Genauigkeit kommt es dabei nicht an, da, wie später auseinander gesetzt werden soll, es sich nur um die Verkleinerung eines Fehlers handelt. Es genügt also, wenn wir das System dauernd mit dem Elektrometer verbinden und uns die Möglichkeit verschaffen, die beiden Systeme durch einen Schlüssel leitend zu verbinden.

Die Aufladung soll vom Potential Null aus erfolgen; mit entsprechenden Erdschlüsseln wird dies verwirklicht. Die Stromstärken können dann aus den Kapazitäten der Systeme und den Potentialveränderungen, welche die letzteren erfahren, berechnet werden. Wir haben jedoch dadurch, daß wir die Kapazitäten der Systeme S_1 und S_2 vergrößert haben, und daß wir innerhalb gewisser Grenzen sie beliebig vergrößern können, noch andere Vorteile erreicht.

Durch die Verbindung mit einem sehr empfindlichen Elektrometer — einem Binant-Elektrometer Dolezalekscher Konstruktion — wird die zeitliche Aenderung der Potentialdifferenzen auf den Systemen durch Vergrößerung der Kapazitäten herabgesetzt. Es ist dies vorteilhaft, weil dadurch die Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten nur um einen geringen Betrag während einer Beobachtung verringert wird. Wir sehen, jede Beobachtung liefert uns zwar einen Punkt unserer Stromcharakteristik, aber die erhaltenen Werte für die Koordinaten dieses Punktes, die Potentialdifferenz zwischen den Platten und die Stromstärke, müssen noch näher definiert werden.

Da der Strom eine Funktion der Potentialdifferenz zwischen den Platten ist, so wird die Verringerung der Potentialdifferenz der Systeme durch die Aufladung eine fortschreitende Verkleinerung des Stromes zur Folge haben. Je kleiner aber diese Potentialveränderung ist, desto kleiner werden auch die Veränderungen der Ströme und um so eher lassen sich die Fehler abschätzen, die durch diesen Vorgang in unsere Berechnung hineingekommen sind; denn bei kleinen Veränderungen können die Funktionen immer als lineare aufgefaßt werden, was die Rechnung wesentlich erleichtert.

Dies ist auch der Fall bei den Isolationsverlusten. Diese Verluste entstehen vor allem durch Ionenströme zwischen den Leitungen und den geerdeten Schutzhüllen, weil die umgebende Luft ständig ein wenig ionisiert ist; der Einfluß der „durchdringenden Strahlung“, welche diese Ionisation hervorruft, läßt sich schwer vermeiden. Wollen wir die Isolationsverluste herabdrücken, so geschieht dies einfacher dadurch, daß wir die Potentialdifferenz zwischen den Leitern und den geerdeten Hüllen, die diese zum elektrostatischen Schutze umgeben, verkleinern. Denn es gelingt uns damit, diese Ströme einmal an und für sich klein zu machen, dann aber auch, sie so klein zu machen, daß sie den Gesetzen des „freien Stromes“, also dem Ohmschen Gesetz, gehorchen und infolgedessen aus den oben angedeuteten Gründen leicht in Rechnung zu bringen sind.

Auch die störenden dielektrischen Nachwirkungen im Hartgummi werden durch die Anwendung so kleiner Potentialdifferenzen vermieden.

Ein weiterer Vorteil der Kapazitätsvergrößerung ist der, daß bei der geringen und daher langsamen Aufladung die Beobachtungszeit notwendig größer werden muß. Dies ist ein Vorteil, weil die ungleichmäßige Durchsetzung des ionisierten Raumes mit Alphastrahlen und die damit verbundene Unregelmäßigkeit in der Ionisierung verwischt wird.

Andererseits begünstigt diese langsame Aufladung die Abschätzung eines Fehlers, der vom Elektrometer verursacht wird. Die Trägheit der Nadel und der Luftwiderstand, welchen sie in der Binantenschachtel erfährt, haben zur Folge, daß sich die Nadel nur allmählich in Bewegung setzt. Da es bei diesen Messungen auf große Genauigkeit ankommt, war es notwendig, die Größe dieses Nachhinkens der Nadel aus den dynamischen Konstanten des Elektrometers zu berechnen. Wir werden später aus der Theorie erkennen, wieso dieser Fehler zustande kommt, vorläufig sei nur erwähnt, daß er sich in Form eines Zeitverlustes in Rechnung setzen läßt. Dabei ist es aber notwendig, daß die Beobachtungszeit ein Vielfaches der Schwingungsdauer des Elektrometers wird.

Indem wir uns durch diese Anordnungen die Möglichkeit verschafft haben, die Verluste abzuschätzen, die durch Ausfließen der Elektrizitätsmengen in radialer Richtung entstehen, können wir einerseits mit Vorteil die Methode verwenden, welche den Wiedervereinigungskoeffizienten aus schwachen Strömen finden läßt. In welch unangenehmer Weise sich diese Störungen des normalen Verlaufes dabei bemerkbar machen, geht aus der oben erwähnten Arbeit Retschinskys hervor. So erhielt er, je schwächere Ströme verwandt wurden, scheinbar desto größere Werte für den Wiedervereinigungskoeffizienten. Andererseits geben uns die Größen für diese Abweichungen ein Mittel an die Hand, die Diffusionskoeffizienten zu finden, eine Methode, die inzwischen Townsend[1]) schon angewandt hat, wie dies aus einer vorläufigen Mitteilung hervorgeht. Richten wir unseren Plattenkondensator so ein, daß wir den Abstand zwischen den Platten über die Reichweite der Alphastrahlen hinaus vergrößern können, so vermögen wir mit den bei vergrößertem Plattenabstand gewonnenen Stromcharakteristiken die Beweglichkeiten zu berechnen, wie später gezeigt werden soll.

Das Prinzipielle unserer Versuchsanordnung ist mit diesen Betrachtungen skizziert, es erübrigt jetzt nur noch, die konstruktiven Details unseres Instrumentariums zu besprechen. Für den Konstrukteur sind hier noch manche Freiheiten gelassen; sie gaben beim Entwurf Gelegenheit, den Verwendungsbereich des Apparates zu vergrößern.

3) loc. cit.

2. Die Beschreibung der Apparate.

Der Plattenkondensator.

Da es bei unseren Versuchen auf große Genauigkeit ankommt, wurde ganz besonders Wert auf sorgfältige und präzise Ausführung des Plattenkondensators gelegt. Die einzelnen Teile sind mit Rücksicht auf die Stabilität der Anordnung schwerer konstruiert, als es den Forderungen der Festigkeit entsprechen würde; es wird damit auch einem Verzerren derselben bei der Bearbeitung vorgebeugt. Als Material wurde Messing verwendet (in den Zeichnungen schräg schraffiert). Nur die Teile, welche zu Isolationszwecken eingebaut sind, wurden aus Hartgummi (in den Zeichnungen vertikal schraffiert) gefertigt. Wie aus Tafel I, Fig. 1 hervorgeht, ist die Symmetrieachse des Plattenkondensators vertikal angeordnet.

Auf der kreisförmigen 8 mm starken Bodenplatte *C* von 17,5 cm Radius stehen um 120 Grad versetzt nahe dem Rande drei Säulen *D* von 3 cm Durchmesser; auf diesen ruhen drei Arme von T-förmigem Querschnitt, welche aus einem zylindrischen Stück *E* hervorragen, das in Richtung der Achse durchbohrt ist.

Die drei Arme und der Zylinder sind aus einem Stück gegossen, sie bilden zusammen das Gestell *A*, welches die obere Platte *B* des Kondensators trägt. Durch das Bohrloch des Zylinders ist ein Stempel geführt, der unten in eine kreisförmige Platte endigt, an welche die oben erwähnte Scheibe *B* mit dem wabenähnlichen Röhrchensystem mittelst dreier Schrauben befestigt ist. Der Stempel endigt oben in ein flachgängiges Gewinde, er läuft damit in einer Schraubenmutter *F*, die am Gestell drehbar befestigt ist und so die Auf- und Abbewegung der oberen Kondensatorplatte genau parallel zur unteren Platte gestattet.

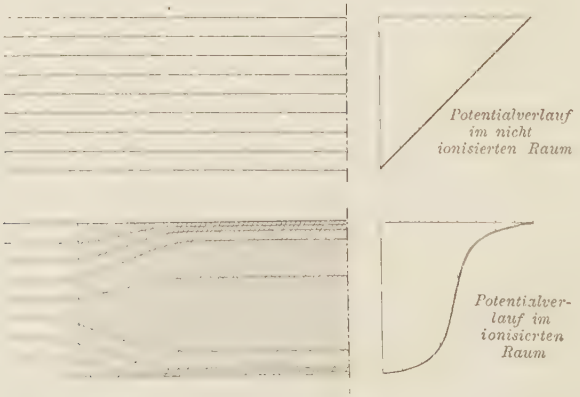
In dem schmalen Raum zwischen der Platte und der Scheibe befindet sich das aktive Präparat auf dem kreisförmigen Platinblech *G* von 6,5 cm Halbmesser. Aus seiner Mitte ragt ein 1 mm dicker Platindraht, der zur Befestigung des Bleches beim Polonisieren dient und der in einem Bohrloch im Stempel untergebracht ist und durch eine Schraube *H* festgehalten werden kann. Um die obere Platte von der Bodenplatte zu isolieren, sind zwischen die Säulen und die darauf ruhenden Arme kurze lackierte Hartgummizylinder *I* eingesetzt, in die in bekannter Weise, um das Ueberkriechen der Elektrizitäten zu verzögern, Rillen eingedreht sind. Um den Abstand des Plattenkondensators noch in weiten Grenzen zu variieren, können auf die Säulen Verlängerungsstücke aufgeschraubt werden.

Die eben beschriebenen gerillten Säulen aus Hartgummi haben überhaupt überall, wo es sich um Isolation handelt, weitgehende Verwendung gefunden. So ruht auf der unteren Bodenplatte, der oberen symmetrisch gegenüber, die untere Platte *K* von 7,8 cm Durchmesser auf

zwei solchen Isolationsstützen. Um sie vor Isolationsverlusten von unten her zu schützen, ist sie auf einem Hartgummiteller L montiert, der noch unter den 2 mm breiten Spalt zwischen Platte und Schutzring ragt, um durch den Spalt dringende Alphateilchen zu verhindern, im unteren Raume ihre ionisierende Wirkung auszuüben. Auch der Schutzring M, der 21 cm äußeren Durchmesser hat, ruht auf drei Isolationsstützen. Um die Flächendichte der Elektrizität an den Rändern der Platte nicht zu groß werden zu lassen, sind diese abgerundet.

Aus dem Grundriß in Fig. 1 ist deutlich die wabenähnliche Scheibe B zu ersehen. Die Röhrchen, die innerhalb einer Kreisfläche von 13 cm Durchmesser angebracht sind, überdecken infolgedessen, von oben gesehen, die untere Platte, so daß von den Alphateilchen noch ein gutes Stück des Raumes überstrichen werden kann, der sich vertikal über dem Schutzring befindet. Auch sind die Durchmesser der oberen Platte und des Schutzrings möglichst groß gewählt, um den parallelen Verlauf der Kraftlinien im Bereich der unteren Platte durch Einwirkung vom Rande her nicht zu stören. Denn wenn auch die Anordnungen in dieser Beziehung für den Fall ausreichen würden, daß das Gas zwischen den Platten nicht ionisiert ist, daß also nur ein rein elektrostatisches Feld sich zwischen den Platten befindet, so ist das doch lange nicht garantiert für den Fall, daß Ionenströme zwischen den Platten fließen, denn die Ionenströme, speziell die schwachen, verzerren das Feld derart, daß die größten Feldstärken an den Platten auftreten können; infolgedessen ist eine Zone in der Nähe der Ionisationsgrenze zu erwarten, in welcher ein Uebergang stattfindet zwischen dem homogenen Feld im nicht ionisierten Raum und dem nicht homogenen Feld im ionisierten Raum (siehe folgende Figur).

Fig. 2.



Die schraffierte Fläche stellt den ion. Raum dar.

Die Kondensatorplatten sind auf den Seiten, die sie sich zuwenden, vernickelt, um einen eventuell auftretenden Voltaeffekt zu vermeiden. Die

übrigen Teile des Apparates sind wegen des photoelektrischen Effektes, der unter gewissen Umständen auftreten könnte, mattschwarz lackiert.

Dieser Apparat wurde in den Werkstätten für Feinmechanik von Falter und Sohn in München ausgeführt. Die Firma wurde den Forderungen nach größter Sorgfalt und äußerster Genauigkeit aufs beste gerecht und überwand die Schwierigkeiten, die sich besonders bei der Anfertigung der Scheibe mit den Röhrchen einstellten.

Der ganze Apparat (siehe Fig. 2) ist zum elektrostatischen Schutze mit einem Zylindermantel N aus einem engmaschigen Drahtnetz umgeben, das auf einen Metallreifen aufgelötet ist, dessen lichte Weite gleich dem Durchmesser der Bodenplatte ist. Das Netz wird also einfach auf die Bodenplatte aufgesteckt, wodurch es mit derselben in metallische Berührung kommt, also das Potential derselben annimmt, und ebenso leicht wieder entfernt werden kann. Um es zu erden, genügt es, die Bodenplatte zu erden.

Auf die Arme des Gestells ist ein kreisförmiger Blechdeckel O gelegt, sein Durchmesser ist 1 cm kleiner als der der Bodenplatte. Ein Leitungsdraht, der mit einer Hochspannungsbatterie in Verbindung steht, führt von oben nach einer Klemmschraube an diesem Bleche. Von hier geht durch einen Ausschnitt in dem Blech ein weiterer Leitungsdraht nach der oberen Platte. Es wird also während der Versuche der Blechdeckel auf dem Potential der oberen Platte gehalten, also auch auf konstantem Potential, und schützt somit den Plattenkondensator von obenher elektrostatisch.

Die Zuleitungsdrähte zur unteren Platte und zum Schutzring sind an der Unterseite derselben mit Klemmschrauben befestigt und durch ein kreisförmiges Loch P in der Bodenplatte nach unten geführt.

Der ganze Apparat wurde auf einem dreifüßigen Tisch montiert, wie aus Tafel I, Fig. 2 zu ersehen ist. Der Tisch, der in der Mitte durchbohrt ist, besteht aus einer gußeisernen Grundplatte Q, darauf ist eine Glasplatte R aufgekittet, auf welcher eine Glasglocke S nach Art der Rezipienten mit ihrem abgeschliffenen Rande ruht und so einen luftdichten Abschluß ermöglicht. Die Glasglocke hat oben einen kurzen offenen Hals, durch welchen der Zuleitungsdraht zur oberen Platte geführt wurde und der leicht luftdicht abgeschlossen werden kann. Von der unteren Platte und dem Schutzring wurden die Leitungsdrähte durch die Oeffnungen in der Mitte des Tisches nach abwärts geführt (s. Tafel I, Fig. 3). Um aber auch diese Oeffnung luftdicht abschließen zu können, ist ein Hartgummipfropfen T in die Oeffnung der Gußeisenplatte eingeschraubt, dessen Konstruktion aus Tafel I, Fig. 3 ersichtlich ist. Da diese beiden Drähte isoliert voneinander durch den Pfropfen geleitet werden müssen, ist in dem Hartgummipfropfen ein Verschlußstück U von demselben Material eingeschraubt, das noch oben in einen Hartgummistift

von der Dicke eines Bleistiftes übergeht. Die Drähte laufen nun längs dieses Stiftes in Einkerbungen herab nnd gelangen durch die zwei feinen Bohrlöcher im Verschlußstück nach unten.

Da das Loch in der Mitte der ca. 1 cm dicken Glasplatte R (in der Fig. 3 horizontal schraffiert) um ca. 1 cm weiter ist als das in der Bodenplatte C' des Kondensators und der Eisenplatte Q des Tisches, wurden diese beiden Platten durch ein Verbindungsstück leitend miteinander verbunden, das in dem so geschaffenen Zwischenraume untergebracht werden konnte. Dieses Verbindungsstück V (s. Tafel I, Fig. 3) besteht aus einem Messingring, auf dem auf sechs Nasen Spiralfedern aus Stahl sitzen, die durch das Gewicht des Plattenkondensators zusammengepreßt werden. Somit steht der Plattenkondensator mit dem Tisch in leitender Verbindung; ist ein Fuß des Tisches geerdet, so ist damit auch die Bodenplatte und das Schutznetz geerdet, wie aus Obigem hervorgeht.

Indem wir uns also die Möglichkeit verschafft haben, den Raum unter der Glasglocke, in welchem sich unser Plattenkondensator befindet, luftdicht abzuschließen, sind wir imstande, unsere Untersuchungen an verschiedenen Gasen unter verschiedenen Drucken vorzunehmen. Auch der Gehalt der Gase an Wasserdampf kann reguliert werden. Zur Untersuchung der Zustände der Gase, also des Druckes, der Temperatur und der Feuchtigkeit konnten die nötigen Instrumente noch leicht unter der Glocke untergebracht werden. So stand beispielsweise bei den vorliegenden Versuchen auf dem Blechdeckel des Plattenkondensators eine Glasschale mit Phosphorpentoxyd, um die Luft unter der Glasglocke trocken zu halten, außerdem gelegentlich ein Haarhygrometer.

Unsere Strommeßinstrumente sind also nicht in der Glasglocke untergebracht, ein Umstand, der sich besonders bei Versuchen mit feuchten Gasen vorteilhaft bemerkbar machen wird, da in feuchten Gasen die Isolation leidet. Die dadurch hervorgerufenen Verluste würden sich aber besonders stark bei den Drehkondensatoren D_1 und D_2 machen, auf welchen unvergleichlich mehr Elektrizitätsmengen sitzen und öfters die Möglichkeit zu Isolationsverlusten geboten ist als auf dem Plattenkondensator selbst.

Die Schutzhüllen.

Wir leiten die beiden Drähte, die von der unteren Platte und vom Schutzring kommen, aus dem Raum unter der Glasglocke heraus und führen sie in einer Schachtel Z aus Eisenblech parallel zueinander, jedoch um Influenzwirkungen möglichst zu vermeiden, durch eine Zwischenwand voneinander getrennt, nach dem nahen Schlüsselkasten X. Wo bei der vorliegenden Anordnung Leitungsdrähte die Verbindung von Instrument zu Instrument herstellen mußten, wurden sie zum Zwecke des elektrostatischen Schutzes mit geerdeten Schutzhüllen umgeben. Diese

Schutzhüllen sind sämtlich miteinander in metallischer Berührung und es war daher nicht notwendig, jedes Stück gesondert zu erden.

Der Schlüsselkasten.

Der Schlüsselkasten (Tafel I, Fig. 4), der mit Rücksicht auf die Verwendung von Quecksilber in den Schlüsselnäpfen *a* aus Eisenblech gefalzt ist, wurde mit einem Deckel abgeschlossen. Er ist mit einer Langseite an die obige Blechschachtel angesteckt und hat an der anderen Langseite zwei, an den beiden Schmalseiten je eine Oeffnung in Form kurzer Rohrstutzen. In den beiden letzteren sind die Leitungsdrähte zu den Drehkondensatoren geführt. An dem einen der beiden ersteren ist ein Glaskolben *b* angesteckt, der zur Verbesserung der Isolation Stücke von metallischem Natrium enthält. Durch die andere Oeffnung geht der Leitungsdraht zum Elektrometer *Y*. Es führen also fünf Leitungsdrähte aus dem Schlüsselkasten heraus. Wie aus dem Grundriß der Tafel I, Fig. 4 hervorgeht, sind auf dem Boden des Kastens fünf Isolationsstützen *c* befestigt, in die oben kleine, mit Quecksilber gefüllte Eisennäpfe *a* gesteckt wurden. In diese können die Schlüssel *d* mit ihren Eisenspitzen getaucht werden. Die drei auf der einen Seite sind durch spiralisch gewundenen Draht *e* mit dem Deckel des Kastens verbunden, es sind also Erdschlüssel. Zur Unterscheidung wurden sie außerhalb des Kastens farbig lackiert: eins blau, zwei grün, drei rot. Sie sind in kurzen, am Deckel angelöteten Messingröhren *f* geführt. Die Konstruktion des vierten weißen Schlüssels geht aus der Figur hervor. Er bewegt sich in einem Vierkantrohr *g*, das auf dem Deckel befestigt ist, auf und ab; an seinem unteren Ende trägt ein kleiner gerillter Hartgummizylinder *h* den kleinen Querbalken *i*, der mit seinen beiden Eisenspitzen gleichzeitig in die beiden Näpfe tauchen kann. Da jedoch dieser Balken von dem Deckel isoliert ist, so ist er, um ihn möglicherweise erden zu können, durch einen leicht beweglichen Spiraldraht *k* mit dem Napf des Erdschlüssels E_3 (rot) verbunden. Der weiße Schlüssel *W* erlaubt uns das System S_1 mit dem System S_2 leitend zu verbinden. In seine Näpfe tauchen die dünnen Leitungsdrähte von der unteren Platte und vom Schutzring; um unseren Dispositionen gerecht zu werden, enden hier auch die Leitungen von den entsprechenden Drehkondensatoren. Schließlich sind diese Näpfe jeweils mit den ihnen zunächst stehenden Näpfen der Erdschlüssel E_1 und E_2 in Verbindung, so daß also System S_1 und S_2 jedes für sich, aber auch System S_1 mit System S_2 durch Schlüssel *W* zum System S_{12} verbunden, beliebig geerdet werden kann. Es erscheint vielleicht Schlüssel E_3 auf den ersten Blick überflüssig zu sein, es ist jedoch zu bedenken, daß der Querbalken von Schlüssel *W*, wenn er bei aufgeladenem Zustand der Systeme aufgezogen wird, eine Ladung mitnimmt, die störend wirken könnte.

Die vier Schlüssel hängen an entsprechenden Schnüren, die über

Rollen nach dem Platz des Beobachters laufen. An ihren Enden hängen dort zylindrische und gleichfarbig lackierte Gewichte, welche die Schlüssel ausbalancieren. Infolgedessen verharren sie in der gegebenen Stellung und können vom Beobachtungsplatz aus leicht bedient werden. Der Anstrich erleichtert die Unterscheidung der einzelnen Schlüssel.

Die Drehkondensatoren.

Die Drehkondensatoren D_1 und D_2 (Tafel I, Fig. 2) wurden ebenfalls in Messing ausgeführt, sie sind in Anlehnung an die Drehkondensatoren der Technik entworfen, welche jetzt in der drahtlosen Telegraphie weitestgehende Verwendung finden. Ihre Konstruktion geht aus Tafel I, Fig. 5 hervor. Auf eine gute Isolation mußte besonders geachtet werden. Das eine Gestell mit den Platten ruht auf drei Isolationsstützen l. Zum Trocknen der Luft ist im Innern des Kondensators ein Glasnapf untergebracht, der Stücke metallischen Natriums enthält. Der bewegliche, drehbare Plattensatz m ist durch die Achse mit dem Kasten in metallischer Berührung und damit geerdet. Die Einstellung erfolgt von außen durch einen auf der Achse befestigten flachen Knopf n mit Stellschraube o. Der Zeiger p am Knopfe deutet nach der Skala, die den Winkel von 180 Grad in 100 Teile teilt. Es ist einleuchtend, daß die Kapazität des Drehkondensators um so größer wird, je weiter man den Plattensatz zwischen die andere Plattenschicht hineinschiebt, je größer also die Fläche wird, die von dem Gestell mit den 20 Platten umhüllt wird. Verschwindet der Plattensatz ganz darin, so ist die Kapazität am größten, die Stellung entspricht dem Teilstrich 100. In diesem Falle beträgt die Kapazität für den Kondensator D_1: 2034 cm für die dazwischen liegenden Stellungen können die Werte aus einer Eichkurve (Tafel II, Fig. 9 und Fig. 10 entnommen werden.

Das Elektrometer.

Die Konstruktion und die Theorie des Binant-Elektrometers von Dolezalek[1]) ist von diesem ausführlich behandelt worden. Wir verwenden es in solcher Schaltung, daß die Hochspannung einer Bleiakkumulatorenbatterie symmetrisch auf die beiden Nadelscheiben verteilt wird, wobei die Mitte zur Erde abgeleitet ist. Während die eine Binantenbüchse dauernd mit dem geerdeten Gehäuse des Elektrometers an Erde ist, steht die andere durch den Napf des Erdschlüssels E_1 mit dem System S_1 in Verbindung. Ein kurzes Rohrstück q schützt den Leitungsdraht vor elektrostatischer Einwirkung von außen. Dieses Rohrstück ist konisch geformt und an einer Stelle durchlocht, um leicht zu dem Leitungsdraht des Systems S_1 (zu Eichungszwecken) gelangen zu können. Ein darüber geschobenes zweites konisches Stück Rohr q' schließt diese Oeffnung wieder.

1) Dolezalek, Ann. d. Phys. **26**, S. 312, 1908.

Die ganze hier beschriebene Meßanordnung war erschütterungsfrei auf einem Steinsockel aufgestellt und befand sich in einem gleichmäßig temperierten Zimmer.

Die Ablesung des Elektrometers erfolgt mit Spiegel und Skala. Der Skalenabstand beträgt 2000 mm, die Skala aus Glas mit seitlicher Durchleuchtung ist 1 m lang und in mm geteilt; sie ist mit dem Fernrohr auf einem Dreifuß befestigt, der auf einem Tische Platz gefunden hat. Seine Lage wird durch ein Senkel fixiert, das von der Decke herabhängt. Ebenso, wie hier am Platz des Beobachters die Schnüre zusammenlaufen, welche die Schlüssel in Bewegung setzen, enden hier in einem Kommutator auch die Zuleitungsdrähte für die beiden Nadelhalbscheiben, so daß die Nadelpotentiale vertauscht werden können. Ein weiterer Kommutator vermittelt von einer zweiten Hochspannungsbatterie aus die Uebertragung des Potentials auf die obere Platte mit beliebig zu wechselndem Vorzeichen.

Die ganze Schaltanordnung ist so vom Beobachter leicht zu bedienen, sie ist der Uebersicht und des leichten Verständnisses halber in Tafel I, Fig. 6 schematisch dargestellt.

Das radioaktive Präparat.

Als aktives Präparat wurde Polonium benützt, das den Vorschriften entsprechend aus einer dem physikalischen Institut der K. technischen Hochschule in München vom radiologischen Institut in Wien gütigst geliehenen Radiobleiazetatlösung mit einer Stromdichte von $4 . 10^{-7}$ Amp./cm^2 auf dem Platinblech elektrolytisch niedergeschlagen worden war. Um einen möglichst gleichmäßigen Niederschlag zu erhalten, wurde das an seinem Stiel aufgehängte Platinblech einem zweiten solchen von etwas größerem Durchmesser in ca. 3 cm Abstand gegenübergestellt, welches auf dem Boden der mit dem Elektrolyten gefüllten Schale lag.

Befreiung der Luft von Wasserdampf- und Staubgehalt.

Um die Luft möglichst staubfrei zu machen, wurden durch den Verschluß der Glasglocke zwei Glasröhren gesteckt und mit Wachs abgedichtet. Durch die eine, die durch einen Gummischlauch verlängert war, wurde staubfreie Luft in den unteren Raum gepumpt. Die staubige Luft entwich oben durch die andere, da der abgeschliffene eingefettete untere Rand der Glasglocke auf der Glasplatte aufsaß und das Verschlußstück in der Tischplatte für den geringen Ueberdruck genügend dicht hielt. Die Luft selbst wurde vorher durch Schwefelsäure getrocknet und durch ein Glaswollfilter gepreßt, das den Staub auffangen sollte.

Es wurde so lange gepumpt (ca. $^1/_2$ Stunde), bis man annehmen

konnte, daß die Luft unter der Glocke nur noch wenige Prozent der staubigen Luft enthielt. Einen gewissen Anhaltspunkt gewährte auch die Angabe des Haarhygrometers, das schon nach ca. $^1/_4$ Stunde nur noch geringen Feuchtigkeitsgehalt angab (6—10%).

3. Die Konstanten der Meßinstrumente.

Die Voltempfindlichkeit und die dynamischen Konstanten des Elektrometers.

Unser Meßinstrument ist das Binant-Elektrometer. Die genaueste Kenntnis seiner Konstanten ist für unsere Zwecke von großer Wichtigkeit, um feststellen zu können, was die am Fernrohr abgelesenen Werte bedeuten.

Nachdem Fernrohr und Skala auf das Elektrometer richtig eingestellt waren und das Elektrometer so weit justiert war, daß die Nadel vollkommen symmetrisch in der Binantenschachtel hing, zeigte sich zunächst, daß wir für die Nadel drei Ruhelagen erhalten. Die eine ergibt sich bei vollkommener Erdung aller Teile des Instrumentes, die beiden anderen, wenn wir die angelegten Nadelpotentiale vertauschen. Verstellen wir die Fußschrauben des Sockels, so nimmt die Nadel eine exzentrische Lage ein und sämtliche drei Ruhelagen verschieben sich zueinander. Als Ursache der verschiedenen Ruhelagen können die Kontaktpotentialdifferenzen zwischen der Binantenschachtel und der Nadel angesehen werden. So ergab beispielsweise das Vertauschen der Deckel der Nadelbüchse andere, ungünstigere Einstellungen. Die günstigste Einstellung ergab sich, wenn der Ruhepunkt der geerdeten Nadel s_{00} sich in der Mitte zwischen den beiden anderen s_{0p} und s_{0n} befand, wenn also nahezu

$$s_{00} = \frac{s_{0p} + s_{0n}}{2} \tag{1}$$

war.

Dabei bedeute immer s die auf Bogenmaß vom Radius 2000 reduzierte[1]) Skalenablesung. Der erste Index 0 erinnere daran, daß der mit S_1 verbundene Binant sich auf Potential 0 befinde, der zweite Index soll das Vorzeichen des Nadelpotentials am Torsionskopf des Instruments anzeigen. Somit ist über die Vorzeichen eindeutig verfügt.

Es sei nun gerade die Ruhelage der Nadel bei s. Bringen wir jetzt System S auf das Potential $+\varphi$, so erhalten wir eine Einstellung $\overset{+}{s}_p$.

Wir definieren nun den $+\varphi$ entsprechenden Ausschlag $\overset{+}{\vartheta}_p$ durch die Festsetzung:

1) Z. B. mit Hilfe der Tabelle 28 in F. Kohlrauschs Lehrbuch der praktischen Physik 1910. Vergleiche auch Tafel II, Fig. 7.

$$\overset{-}{\vartheta}_p = s_{0p} - \overset{+}{s}_p \qquad (2)$$

(in unserer Anordnung war: $s_{0p} > \overset{+}{s}_p$).

Variieren wir die Vorzeichen von φ und dem Nadelpotential N, so erhalten wir vier Ausschläge, die, wie durch die Versuche festgestellt werden konnte, innerhalb der Beobachtungsfehler einander gleich sind und deren Größe wir nun kurzweg mit ϑ bezeichnen. Da die Potentiale der beiden Halbscheiben N_p und N_n einander nahezu gleich sind, — geringe Unterschiede erwiesen sich als belanglos —, so werden wir in folgendem für den Wert derselben den Mittelwert N in die Rechnungen einsetzen.

$$2N = N_p + N_n. \qquad (3)$$

Es ergibt sich nun, wie es die Konstruktion des Binant-Elektrometers verlangt, daß für ein gegebenes Nadelpotential N innerhalb des Meßbereichs die Ausschläge ϑ dem an System S_1 angelegten Potential proportional sind, d. h.:

$$\vartheta = \varepsilon_N \varphi. \qquad (4)$$

Die Größe ε_N ist die Voltempfindlichkeit, sie ändert sich mit dem Nadelpotential und zwar gemäß folgender Formel:

$$\varepsilon = A \cdot \left(\frac{N}{100}\right). \qquad (5)$$

Für die Konstante A [1]) wurde gefunden

$$A = 84{,}0.$$

Die Ermittlung der Größe der angelegten Potentiale geschah bei diesen Versuchen immer mit einem geeichten Westonpräzisionsvoltmeter, dessen Genauigkeit von der Firma zu 0,1 Skalenteil angegeben wird, so daß für den Meßbereich 0 bis 5 Volt eine Genauigkeit von $^1/_{300}$ Volt, für den Bereich von 0 bis 150 Volt eine solche von 0,1 Volt gefolgert werden kann. Zur Kontrolle wurde mit einem Westonnormalelement nachgeeicht, dessen Spannung zu 1,0317 Volt angegeben wird. Waren kleinere Potentiale nötig, so wurde die Spannung eines einzelligen Akkumulators mit Hilfe eines sehr hohen Widerstandes von 100000 Ω in bekannter Weise unterteilt.

Nachdem wir so das Elektrometer für zeitlich konstante Ausschläge geeicht haben, ist es wichtig, sein Verhalten zu ergründen, wenn sich die Ausschläge mit der Zeit ändern, wie es ja bei unseren Strommessungen der Fall ist. Beobachten wir beispielsweise den Ausschlag, welchen die Nadel beim Aufladen in einer Minute macht, wenn sie sich aus ihrer Ruhelage entfernt, und beobachten wir dann den Ausschlag der Nadel in einer Minute, wenn sie bereits eine Zeitlang in Bewegung war, also gleichsam die Strecke, die die Nadel bei „fliegendem Start“ zurück-

1) Diese Konstante ändert sich von Zeit zu Zeit, so daß öfters nachgeeicht werden mußte.

gelegt hat, so zeigt sich, daß dieser Ausschlag um ca. 6% größer ist als der andere. Das schon oben erwähnte Nachhinken der Nadel ist die Ursache dieses Unterschiedes. Wir wollen daher zunächst die Bewegung für diesen Fall an Hand der dafür geltenden mathematischen Beziehungen diskutieren.

Die bekannte Differentialgleichung für die Bewegung der aus der Ruhelage gebrachten Nadel, an der weiter keine Kräfte wirken als die Torsionskraft des Fadens und der Luftwiderstand, lautet:

$$\Theta \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + R\frac{d\vartheta}{dt} + D\vartheta = 0. \tag{6}$$

Das erste Glied in unserer Differentialgleichung (6) stellt den Trägheitswiderstand dar (Θ das Trägheitsmoment), das zweite den Reibungswiderstand (R die Dämpfungskonstante), das dritte endlich die Drehkraft des Fadens (D die Direktionskraft).

In unserem Falle wirkt jedoch der Torsion des Fadens eine Drehkraft entgegen, die von der stetigen Aufladung herrührt und die bei stationärem Zustand dieser das Gleichgewicht hält. Denn ruft die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit auf S_1 gelangt, nachdem also die Stromzufuhr nach einer Sekunde abgebrochen wurde, einen konstanten Ausschlag ϑ_1 hervor, so ist die dadurch bewirkte Drehkraft aus obigen Gründen $— D\vartheta_1$. In der Zeit t wächst sie auf das t fache an, so daß, wenn nach dem Newtonschen Satze zwischen den äußeren Kräften und den Trägheitskräften Gleichgewicht bestehen soll,

$$\Theta \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + R\frac{d\vartheta}{dt} + D(\vartheta - \vartheta_1 t) = 0 \tag{7}$$

ist.

Wir haben damit in unsere Gleichung nur eine neue Konstante hereingebracht. Sie hängt von der Stromstärke ab, die wir dabei verwenden. Freilich haben wir stillschweigend dabei vorausgesetzt, daß der Strom während der Beobachtung konstant bleibt. Wir werden später nachweisen, daß dies für unsere Zwecke hinreichend genau der Fall ist. Aus der Theorie der gedämpften Schwingungen wissen wir [1]), daß sich aus der Schwingungsdauer (für die halbe Periode) T und dem logarithmischen Dekrement Δ die Quotienten $\frac{R}{\Theta}$ und $\frac{D}{\Theta}$ berechnen lassen.

Es ist:

$$\frac{R}{\Theta} = \frac{2\Delta}{T}; \qquad \frac{D}{\Theta} = \frac{\pi^2 + \Delta^2}{T^2},$$

so daß wir auch schreiben können:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{2\Delta}{T}\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\pi^2 + \Delta^2}{T^2}(\vartheta - \vartheta_1 t) = 0. \tag{8}$$

1) z. B. F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik 1910 S. 506.

Mit Hilfe der Substitution:

$$\vartheta = \vartheta_1\left(t - \frac{2\Delta T}{\pi^2 + \Delta^2}\right) + \vartheta' \tag{9}$$

— die plausible Annahme, daß die Bewegung sich durch Superposition der gedämpft-periodischen Bewegung über eine zeitlich lineare Bewegung darstellen lasse, ermächtigt dazu — erhalten wir für ϑ' wieder unsere alte Gleichung (7):

$$\frac{d^2\vartheta'}{dt^2} + \frac{2\Delta}{T}\frac{d\vartheta'}{dt} + \frac{\pi^2 + \Delta^2}{T^2}\vartheta' = 0,$$

deren Lösung bekannt ist[1]). Wir erhalten als allgemeine Lösung für ϑ:

$$\vartheta = \vartheta_1\left(t - \frac{2\Delta T}{\pi^2 + \Delta^2}\right) + C_1 e^{-\frac{\Delta}{T}t} \sin\frac{\pi}{T}t + C_2 e^{-\frac{\Delta}{T}t} \cos\frac{\pi}{T}t. \tag{10}$$

Die zwei Bedingungen, daß die Nadel bei Beginn der Bewegung weder einen Ausschlag zeigt, noch eine Geschwindigkeit hat, daß also für $t = 0$:

$$\vartheta = 0 \text{ und } \frac{d\vartheta}{dt} = 0 \tag{11}$$

ist, führt zur Bestimmung der Integrationskonstanten C_1 und C_2; denn es ist gemäß Gleichung (10) für $t = 0$:

$$C_2 = \frac{2\Delta T}{\pi^2 + \Delta^2}\vartheta_1. \tag{12}$$

Ebenso erhält man dann aus Gleichung (10) durch Differentiieren nach t für $t = 0$:

$$0 = \vartheta_1 + C_1\frac{\pi}{T} - C_2\frac{\Delta}{T} \tag{13}$$

oder mit Benützung von (12):

$$-C_1 = \frac{T}{\pi}\vartheta_1\frac{\pi^2 - \Delta^2}{\pi^2 + \Delta^2}. \tag{14}$$

Durch Substitution der Werte C_1 und C_2 in unsere allgemeine Lösung (10) erhalten wir:

$$\vartheta = \vartheta_1\left(t - \frac{2\Delta T}{\pi^2 + \Delta^2}\right) + \vartheta_1\frac{T}{\pi}e^{-\frac{\Delta}{T}t}\left(\frac{2\Delta\pi}{\pi^2 + \Delta^2}\cos\frac{\pi}{T}t - \frac{\pi^2 - \Delta^2}{\pi^2 + \Delta^2}\sin\frac{\pi}{T}t\right). \tag{15}$$

Inzwischen hat H. Benndorf[2]) dieselben Ueberlegungen in seiner Theorie luftelektrischer Registrierungen angestellt unter der allgemeinen Annahme, daß der Strom, der zur Aufladung verwendet wird, eine willkürliche Funktion der Zeit ist. Wir hätten daher unsere Lösung auch aus der allgemeineren Lösung Benndorfs ableiten können, dieselbe hätte jedoch ebenfalls eine Integration erfordert. So erschien es in unserem

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch 1910, loc. cit.

2) H. Benndorf, Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXIII. Wien. Sitzungsber. d. K. Akad. d. W. Okt. 1909.

Falle, um den Zusammenhang nicht zu verlieren, zweckmäßiger, die Lösung direkt aus der Differentialgleichung abzuleiten.

Um jedoch die Lösung bequemer diskutieren zu können, wollen wir sie noch ein wenig umformen. Wir setzen in Gleichung (15) für

$$\frac{2\Delta T}{\pi^2+\Delta^2}=t_v\,; \tag{16}$$

ist ferner:

$$\frac{2\pi\Delta}{\pi^2+\Delta^2}=\cos\frac{\pi}{T}t',\ \text{so ist}\ \frac{\pi^2-\Delta^2}{\pi^2+\Delta^2}=\sin\frac{\pi}{T}t', \tag{17}$$

wobei:

$$t'=\frac{T}{\pi}\ \text{arc sin}\ \frac{\pi^2-\Delta^2}{\pi^2+\Delta^2} \tag{18}$$

ist.

Mit Hilfe der Substitution der Werte t_v und t' in (16) und (17) in die Gleichung (18) erhalten wir:

$$\vartheta=\vartheta_1(t-t_v)+\frac{T}{\pi}\vartheta_1 e^{-\frac{\Delta}{T}t}\cos\frac{\pi}{T}(t+t'). \tag{19}$$

Aus dieser Gleichung geht nun tatsächlich hervor, daß die Bewegung der Nadel nach einiger Zeit mit der Geschwindigkeit ϑ_1 weiterläuft, nachdem sie die Zeit t_v beim Anlauf verloren hat, und nachdem die gedämpft-periodische Bewegung (mit der Phasenverschiebung $\frac{\pi}{T}t'$) erloschen ist. Um diesen Zeitpunkt des Erlöschens zu fixieren und den Zeiverlust t_v zu berechnen, ist es notwendig, die Konstanzen T und Δ kennen zu lernen. Aus zahlreichen Schwingungsbeobachtungen am Elektrometer ergab sich für die Schwingungsdauer T der Wert:

$$T=12{,}350\ \text{Sec.} \tag{20}$$

und für das logarithmische Dekrement der Wert:

$$\Delta=\log\text{ nat }8{,}885=2{,}184. \tag{21}$$

Der Zeitverlust t_v errechnet sich daraus zu:

$$t_v=3{,}68. \tag{22}$$

Für unser Elektrometer lautet also die Gleichung (19):

$$\vartheta=\vartheta_1\left\{t-3{,}7+3{,}93\,.\,e^{-\frac{2{,}18\,.\,t}{T}}\cos\pi\left(\frac{t+1{,}4}{T}\right)\right\} \tag{23}$$

Für $\vartheta_1=1$ ist diese Gleichung in Tafel II, Fig. 8 graphisch dargestellt. Es geht daraus hervor, daß schon nach $^1/_2$ Minute die Schwingungen so gut wie erloschen sind.

Da unsere Beobachtungszeit z im allgemeinen 1 Minute beträgt, so können wir also genau genug die Geschwindigkeit ϑ_1 der Nadel aus folgender Gleichung berechnen:

$$\vartheta=\vartheta_1(t-t_v)=\vartheta_1\,.\,56{,}3\,. \tag{24}$$

Das heißt, wir beobachten 60 Sekunden lang, bringen aber nur 56,3 Sekunden in Anrechnung [1]).

Die Ablesung geschieht immer auf das zweite kurze Glockenzeichen eines Klingelwerks mit Sekundenpendel, welches genau alle 60 Sekunden erfolgt. Um in der Zwischenzeit den Blick vom Fernrohr wegwenden zu können, läutet das Klingelwerk 5 Sekunden vor Ablauf von 1 Minute ein erstes Mal.

Nachdem wir uns über die Wirkungsweise des Elektrometers Klarheit verschafft haben, wollen wir es in Verbindung mit der Versuchsanordnung betrachten. Heben wir die Erdleitung bei System S_{12} auf, so müssen sich im Apparat vorhandene Kontaktpotentialdifferenzen oder sonstige Störungen elektrischer Art im Elektrometer verraten. Kurz nach der Montage war dies der Fall. Erst nach 2 Tagen verschwanden die Elektrizitätsmengen, die durch Berühren auf die Isolationsstützen gekommen waren. Noch längere Zeit zu ihrem Ausgleich brauchten die Kontaktpotentialdifferenzen zwischen dem Quecksilber und den Eisenspitzen der Schlüssel. Erst nach Wochen, nachdem diese Spitzen durch das Quecksilber amalgamiert waren, verschwinden diese Erscheinungen.

Eine Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten des Kondensators konnte weder bei ionisierter Luft als Zwischenmittel noch bei gegenseitiger Berührung derselben nachgewiesen werden.

Durch Vorversuche wurde jetzt auch die Größe des Isolationsverlustes festgestellt.

Bei diesen Versuchen war die Luft im Plattenkondensator nicht ionisiert. Die Drehkondensatoren wurden auf größte Kapazität eingestellt, da bei dieser Stellung die durchdringende Strahlung den größten Effekt ergeben mußte. System S_{12} wurde aufgeladen und am Elektrometer die Verkleinerung des Ausschlags ϑ pro Minute beobachtet. Der Ausschlag nimmt nach einem Exponentialgesetze ab, solange — unseren Anordnungen gemäß — die Isolationsverluste durch „freien Strom“ in den Schutzhüllen hervorgerufen werden, so daß also:

$$\vartheta = \vartheta_0 c^{-\frac{\lambda}{60} t} \tag{25}$$

zu setzen ist.

Diese Zerstreuungsbeobachtungen ergaben einen „Zerstreuungskoeffizienten“:

$$\lambda = -\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = 0{,}0035. \tag{26}$$

Bei unseren Strommessungen haben wir jedoch zu berücksichtigen, daß die Isolationsverluste bei verschieden großen, allmählich sich ver-

1) Bei der Auswertung der Resultate wurden 56,0 Sekunden in Rechnung gesetzt, um die Zeitdifferenz zwischen dem Glockenzeichen und der Aufhebung des Erdschlüssels zu berücksichtigen.

größernden Ausschlägen erfolgen. Wir können, bei der zeitlich linearen Verschiebung der Nadel, den in 1 Minute erfolgten Isolationsverlust mit großer Annäherung einem Ausschlag zuschreiben, der halb so groß ist wie der in derselben Zeit erfolgte Ausschlag der Nadel, so daß also der abgelesene Ausschlag ϑ um $\frac{\vartheta\lambda}{2}$ zu vergrößern wäre, also um ca. 2‰. Dieser Betrag ist jedoch so geringfügig, daß er ohne Schaden für die Rechnung vernachlässigt werden kann.

Die Kapazitäten und Bindungszahlen.

Wir haben oben auseinandergesetzt, wie wir mit Hilfe des Elektrometers und des Voltmeters die Potentiale messen, die unsere Leiter haben. Um die darauf befindlichen Elektritätsmengen zu berechnen, ist es noch notwendig, die Kapazitäts- und Induktionskoeffizienten zu ermitteln.

J. C. Maxwell[1]) zeigte, daß die Elektrizitätsmengen auf den Leitern lineare Funktionen ihrer Potentiale sind. Die Koeffizienten dieser Potentiale sind im allgemeinen negativ, mit Ausnahme eines einzigen, der den Namen Kapazität führt und der Faktor des Potentials ist, welches der Leiter hat, dessen Elektrizitätsmenge gesucht wird. Wollen wir also die Elektrizitätsmenge des Systems S_1 berechnen, so erfordert dies die Berücksichtigung aller Leiter, die influenzierend auf S_1 wirken können. Ebenso müssen wir bei S_2 verfahren usw.

Wir haben in unserer Versuchsanordnung fünf Leiter:

0. Die obere Platte: System S_0 mit dem Potential Φ
1. System S_1 „ „ „ φ_1
2. System S_2 „ „ „ φ_2
3. die eine Nadelhalbscheibe mit dem Potential $+N$
4. die andere „ „ „ „ $-N$

Unterscheiden wir, dem Beispiel Maxwells folgend, die einzelnen Koeffizienten durch Indizes, die sich auf die entsprechenden Ordnungszahlen beziehen, so erhalten wir zunächst ganz allgemein für die Elektrizitätsmengen e_1 und e_2 der beiden Systeme die Gleichungen:

$$e_1 = k_{11}\varphi_1 - k_{12}\varphi_2 - k_{01}\Phi - k_{13}N + k_{14}N \qquad (27)$$

$$e_2 = k_{22}\varphi_2 - k_{12}\varphi_1 - k_{02}\Phi\,; \text{ (da } k_{12} = k_{21} \text{ ist).} \qquad (28)$$

Die Koeffizienten k_{11} und k_{22} sind Kapazitäten. Die übrigen Koeffizienten sind Bindungszahlen und daher negativ in Rechnung gebracht. Es sind Konstanten mit Ausnahme der Induktionskoeffizienten k_{13} und k_{14}, die sich mit dem Ausschlag der Nadel ändern. Denn $-Nk_{13}$ ist die negative Influenzelektrizität, welche die positive Nadelhalbscheibe auf dem mit S_1 verbundenen Binanten bindet. Da mit wachsendem φ diese

1) J. C. Maxwell, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus, deutsch von B. Weinstein, 1883, Bd. I, S. 104.

Halbscheibe aus dem Binanten um den Winkel ϑ herausgedreht wird, so wird dadurch die in der Ruhelage auf den Binanten gebundene Elektrizitätsmenge um einen, ϑ proportionalen Betrag vermindert. Denn vermag die Nadelhalbscheibe (Sektor mit dem Winkel π), die Elektrizitätsmenge $-\pi cN$ zu binden, so influenziert der Sektor mit dem Winkel ϑ $-c\vartheta N$: Wir können daher setzen:

$$k_{13} = c\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right), \tag{29}$$

wobei c die Bindungszahl der Nadel für den Winkel 1 ist. Aus Symmetriegründen ergibt sich für k_{14}:

$$k_{14} = c\left(\frac{\pi}{2} + \vartheta\right), \tag{30}$$

so daß wir für e_1 nunmehr schreiben können:

$$e_1 = k_{11}\varphi_1 - k_{12}\varphi_2 - k_{10}\Phi + 2c\,\vartheta_1 N. \tag{31}$$

Nach Dolozalek[1]) lautet für das Binant-Elektrometer auf Grund analoger Ueberlegungen die Elektrometergleichung:

$$2c\,\varphi_1 N = \text{const.}\ \vartheta_1. \tag{32}$$

Diese Konstante erweist sich bei näherer Untersuchung als die Direktionskraft D, so daß wir auch schreiben können:

$$\vartheta_1 = \frac{2cN}{D} \cdot \varphi_1. \tag{33}$$

Substituieren wir diesen Wert in Gleichung (31), so erhalten wir:

$$e_1 = \left(k_{11} + \frac{(2cN)^2}{D}\right) \cdot \varphi_1 - k_{12}\varphi_2 - k_{10}\Phi. \tag{34}$$

Der Wert $\gamma = \frac{(2cN)^2}{D}$ ist die sogenannte „Kapazität" des Elektrometers. Er ändert sich also mit dem Nadelpotential N. (Nebenbei sei erwähnt, $\frac{2cN}{D}$ die Voltempfindlichkeit ε ist.) Kennt man γ und ε, so lassen sich die Größen D und c berechnen, wie folgt: $c = \frac{\gamma}{2N\varepsilon}$; $D = \frac{\gamma}{\varepsilon^2}$.

Die bisherigen Betrachtungen entsprechen der Annahme, daß an den Elektrizitätsmengen zeitlich keine Veränderungen vorgenommen werden. Laden wir die Systeme allmählich auf, so ändern sich unseren Anordnungen gemäß nur die Potentiale φ_1 und φ_2, d. h. die von der oberen Platte influenzierten Elektrizitätsmengen $-k_{01}\Phi$ und $-k_{02}\Phi$ bleiben unverändert, solange sich das Potential Φ nicht ändert.

Da ferner bei richtiger Einstellung der Drehkondensatoren immer $\varphi_1 = \varphi_2$ ist, so berechnet sich die durch den Strom I_1 in der Zeit t auf System S_1 gelangte Elektrizitätsmenge zu:

$$I_1 t = (k_{11} + \gamma - k_{12})\,\varphi_1, \tag{35}$$

1) Dolozalek, loc. cit.

für S_2 gilt gleichzeitig:

$$I_2 t = (k_{22} - k_{12})\,\varphi_1. \tag{36}$$

Es erwächst uns also die Aufgabe, die vier Größen k_{11}, γ, k_{12} und k_{22} experimentell zu ermitteln.

Derartige Messungen werden meist mit Hilfe von bekannten Kapazitäten durch Ladungsteilung vorgenommen.

Der Plattenkondensator mit Schutzring ist jedoch selbst das genaueste bekannte Eichmaß dieser Art. Die Bindungszahl k_{01} läßt sich für einen gegebenen Plattenabstand aus den Formeln Maxwells[1]) berechnen.

Es ergibt sich zunächst folgende Methode zur Bestimmung von $k_{11} + \gamma$. Die obere Platte wird auf das Potential Φ gebracht, während die beiden Systeme S_1 und S_2 an Erde sind. Nach Aufhebung der Erdleitung von S_1 wird S_0 geerdet. Die vorher gebundene Elektrizitätsmenge $-k_{01}\Phi$, gemäß Gleichung (34), bringt auf dem System S_1 ein Potential φ_1 hervor. Es ist also:

$$-k_{01}\Phi = (k_{11} + \gamma)\,\varphi_1. \tag{37}$$

Die Potentiale Φ und φ_1 können in bekannter Weise gemessen werden.

Die Bindungszahl k_{01} ergibt sich aus den oben erwähnten Formeln von Maxwell:

$$k_{01} = \frac{r^2 + r'^2}{8h} + \frac{r^2 - r'^2}{8h} \cdot \frac{\alpha}{h + \alpha}, \tag{38}$$

wenn r den Radius der unteren Platte, b die Spaltbreite, $r' = r + b$ ist.

Dabei ist:

$$\alpha = \frac{b}{\pi} \log \frac{2}{1 + e^{-\frac{2r\pi}{b}}}.$$

In unserem Falle ist:

$r = 3{,}90$ cm; $b = 0{,}20$ cm; $\alpha = 0{,}0442$ cm; $r' = 4{,}10$ cm; h variabel.

Um den Abstand h möglichst genau zu erhalten, wurden drei kleine Hartgummisäulchen von 1 cm Durchmesser genau auf gleiche Höhe $h = 0{,}929$ cm abgeschliffen. Um den Annahmen Maxwells gerecht zu werden und den Einfluß der unregelmäßigen Oberflächenbeschaffenheit der oberen Platte (Schutzgittertheorie) zu vermeiden, wurde eine eben geschliffene Messingscheibe von 16 cm Durchmesser auf die drei Hartgummisäulchen gelegt, die symmetrisch auf dem Schutzring aufgestellt waren. In diesem Falle erhalten wir für die Bindungszahl k_{01} durch Rechnung den Wert:

$$k'_{01} = 4{,}298 \text{ cm}. \tag{39}$$

Der experimentelle Vergleich ergab für die durchlochte Platte bei demselben Abstand $h = 0{,}929$ cm:

$$k_{01} = 4{,}241 \text{ cm}. \tag{40}$$

1) J. C. Maxwell, loc. cit.

Mit Hilfe der Werte Φ_1, φ_1 und k_{01} können wir jetzt die Größe $k_{11} + \gamma$ berechnen.

Die Bindungszahl k_{12} wurde durch folgende Methode gefunden. Während System S_1 geerdet ist, wird S_2 auf das Potential φ_2 gebracht. Heben wir nun die Erdleitung von S_1 auf und erden dann S_2, so wird die gebundene Elektrizitätsmenge $-k_{12}\varphi_2$ frei und erzeugt auf S_1 das Potential φ_1, welches aus der Elektrometerablesung genommen wird. Es ist also:

$$-k_{12}\varphi_2 = (k_{11} + \gamma)\varphi_1. \tag{41}$$

Die Beobachtungen ergaben für k_{12} den Wert: 9,4 cm.

Die Kapazität γ des Elektrometers ließ sich am besten durch folgende Methode ermitteln: Während die Systeme S_0, S_1 und S_2 an Erde sind, wird die Nadel des Elektrometers in Schwingungen versetzt. Hat die Nadel gerade einen Umkehrpunkt erreicht, so wird die Erdleitung von System S_1 aufgehoben. Entspräche bei unveränderter Einstellung das Potential φ_1 diesem Umkehrpunkt D_1, so ist in diesem Falle die Elektrizitätsmenge, die von der Nadel des Elektrometers auf System S_1 gebunden wird, $\gamma\varphi_1$. Die Elektrizitätsmenge $\gamma\varphi_1$ verteilt sich nun auf dem ganzen System und bewirkt ein Potential φ_1'.

Es ist also:

$$\gamma\varphi_1 = (k_{11} + \gamma)\varphi_1',$$

oder mit Weglassung des Proportionalitätsfaktors ε^{-1}

$$\gamma = k_{11}\frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1 - \vartheta_1'}. \tag{42}$$

Die Elektrometerkapazität ist, wie oben schon auseinandergesetzt wurde, vom Nadelpotential abhängig. Es ist:

$$\gamma = B\left(\frac{N}{100}\right)^2. \tag{43}$$

Die Messungen ergaben für B den Wert:

$$B = 88{,}0.$$

Mit Hilfe von γ können wir nun den Wert von k_{11} allein ermitteln.

Die Kapazität k_{11} ist einerseits vom Abstand h des Plattenkondensators, andererseits von der Stellung des Drehkondensators D_1 abhängig. Für den Plattenabstand $h = 0{,}93$ cm kann ihr Wert für jede Stellung des Kondensators aus der Eichkurve Tafel II, Fig. 9 entnommen werden. Durch Verbindung von S_1 und S_2 durch Schlüssel W können analogerweise auch die verschiedenen Werte der Kapazität k_{22} gefunden werden. Sie sind (ebenfalls für $h = 0{,}93$) in der Eichkurve Tafel II, Fig. 10 enthalten.

Für $h = \infty$ sind die Werte von k_{11} und k_{22} in Tafel II, Fig. 9 und 10 um die Werte k_{10} $(= k_{01})$ beziehungsweise k_{20} $(= k_{02})$, letztere gemessen bei $h = 0{,}93$ cm, zu groß.

Für kleinere Werte von k_{11} und k_{22} und von h wird dieser Umstand besonders bemerklich.

Aus Tafel II, Fig. 11 und 12 können diese Korrekturen für k_{11} und k_{22} abgelesen werden.

Die Werte für k_{01} und k_{02} wurden für diesen Fall nach der Formel $\frac{F}{4\pi h}$ berechnet.

Wir haben gezeigt, wie die verschiedenen Instrumentalkonstanten einzeln experimentell ermittelt werden. Soweit sie „Konstanten" im eigentlichen Sinne nicht sind, finden wir ihre Werte aus den erhaltenen Eichkurven. In welcher Weise das zu geschehen hat, möge folgende Uebersicht anschaulich machen.

Konstanten und ihre Werte.

Elektrometer	Schwingungsdauer:	T = 12,350 Sekunden
	nat. log. Dekrement:	Δ = 2,184
	Zeitverlust durch Trägheit und Luftreibung der Nadel:	t_v = 3,68 Sekunden Berechnung der Aufladezeit nach Formel (24).
	Empfindlichkeit:	$\varepsilon = A\frac{N}{100}$ (Formel 5) $A = 84{,}0$ Vor und nach jeder längeren Versuchsreihe wurde die Empfindlichkeit nachgeprüft.
	Nadelpotential:	$N = \frac{N_p + N^n}{2}$ Die Ermittlung der Potentiale der beiden Nadelhälften geschah mit dem Präzisionsvoltmeter (Weston). N war meist ca. 80 Volt und schwankte zwischen 70 und 85 Volt.
	Kapazität:	$\gamma = B\left(\frac{N}{100}\right)^2$ (Formel 43) $B = 88{,}0$ Die nicht ganz strenge Formel ist innerhalb der vorkommenden Nadelpotentiale genau.
System S_1	Gesamtkapazität:	$K_1 = k_{11} + \gamma - k_{12}$ (Formel 48)
	Kapazität k_{11}:	k_{11}. Zu jeder Zeigerstellung des Drehkondensators D_1 gibt es einen Wert k_{11}, der aus der Eichkurve Tafel II, Fig. 9 entnommen wird.
	Bindungszahl k_{12}:	Die kleine Korrektur, die bei Aenderung des Plattenabstandes h anzubringen ist, wird aus der Tabelle in Tafel II, Fig. 11 abgelesen. k_{12} = 9,4 cm
System S_2	Gesamtkapazität:	$K_2 = k_{22} - k_{12}$ (Formel 49)
	Kapazität k_{22}:	k_{22}. Für jede Zeigerstellung des Drehkondensators D_2 findet man den zugehörigen Wert k_{22} aus der Eichkurve Tafel II, Fig. 10. Die kleine Korrektur, die bei Aenderung des Plattenabstandes h anzubringen ist, wird aus der Tabelle der Tafel II, Fig. 12 entnommen.
System S_{12}	Gesamtkapazität:	$K_{12} = K_1 + K_2$ (Formel 52)

Die Berechnung der Stromstärken.

Nachdem uns die Bestimmung der Werte für die Kapazitäten und Bindungszahlen gelungen ist, können wir aus den am Elektrometer abgelesenen Werten ϑ_1 und ϑ_{12} die Ströme und Stromdichten berechnen.

Die Methode fordert, daß das System S_1 in derselben Zeit sich auf dasselbe Potential auflade, wie das durch Verbindung von S_1 mit S_2 entstandene System S_{12}, daß demnach die Ausschläge des Elektrometers für beide Fälle gleich sind.

Dies gelingt jedoch nicht absolut genau, auch würde die genaue Abgleichung der Drehkondensatoren zu viel Mühe kosten.

Es wurde daher eine für mehrere Versuche konstante Einstellung der Drehkondensatoren gewählt, die obiger Forderung nahezu nachkam, und die kleinen Veränderungen, die sich daraus ergeben, in der Rechnung berücksichtigt.

Es zeigte sich nämlich bei den Versuchen, daß dann bei diesen sehr geringen Potentialunterschieden zwischen Schutzring und umschlossener Platte die Ströme kaum beeinflußt werden, so daß wir dennoch setzen können [1]):

$$I_1 + I_2 = I_{12}\,, \tag{44}$$

wenn I_1, I_2 und I_{12} die Ströme sind, welche die Systeme S_1, S_2 und S_{12} aufladen.

Wir erhalten die notwendigen rechnerischen Beziehungen für diese Ströme aus den Gleichungen (28) und (34) durch Differentiation nach der Zeit.

Es ist:

$$I_1 = \frac{de_1}{dt} = (k_{11} + \gamma)\,\frac{d\varphi_1}{dt} - k_{12}\,\frac{d\varphi_2}{dt} \tag{45}$$

$$I_2 = \frac{de_2}{dt} = k_{22}\,\frac{d\varphi_2}{dt} - K_{12}\,\frac{d\varphi_1}{dt} \tag{46}$$

und sinngemäß:

$$I_{12} = \frac{de_{12}}{dt} = (k_{11} + \gamma + k_{22} - 2k_{12})\,\frac{d\varphi_{12}}{dt}\,. \tag{47}$$

Durch Substitution dieser Werte in die Gleichung (44) erhalten wir:

$$(k_{11} + \gamma - k_{12})\,\frac{d\varphi_1}{dt} + (k_{22} - k_{12})\,\frac{d\varphi_2}{dt} = (k_{11} + \gamma + k_{22} - 2k_{12})\,\frac{d\varphi_{12}}{dt}\,.$$

Nennen wir „Gesamtkapazität“ des Systems S_1 den Wert K_1

$$K_1 = k_{11} + \gamma - k_{12} \tag{48}$$

und K_2 „Gesamtkapazität“ des Systems S_2

$$K_2 = k_{22} - k_{12}\,, \tag{49}$$

1) Die Gleichung ist durchaus nicht selbstverständlich. Sie bezieht sich auf die Resultate zweier verschiedener Versuche. Der Nachweis geschah dadurch, daß geringe Veränderungen von k_{22} den Elektrometerausschlag ϑ_1 kaum beeinflußten.

so können wir auch schreiben:

$$K_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + K_2 \frac{d\varphi_2}{dt} = (K_1 + K_2) \frac{d\varphi_{12}}{dt} \tag{50}$$

oder nach Umformung:

$$K_2 \left(\frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} \right) = (K_1 + K_2) \left(\frac{d\varphi_{12}}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} \right). \tag{51}$$

Für die „Gesamtkapazität" des Systems S_{12} folgt dann:

$$K_{12} = K_1 + K_2. \tag{52}$$

Aus Gleichung (50) erhalten wir dann für die nicht experimentell ermittelte Größe $\frac{d\varphi_2}{dt}$:

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{K_1 + K_2}{K_2} \frac{d\varphi_{12}}{dt} - \frac{K_1}{K_2} \frac{d\varphi_1}{dt}. \tag{53}$$

Die Werte $k_{11} + \gamma$ und $\frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt}$, aus den Gleichungen (48) und (51) nacheinander in Gleichung (45) substituiert, geben für I_1:

$$I_1 = K_1 \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{k_{12}}{K_2} (K_1 + K_2) \left(\frac{d\varphi_{12}}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} \right). \tag{54}$$

Aus Gleichung (47) ergibt sich für I_{12}:

$$I_{12} = (K_1 + K_2) \frac{d\varphi_{12}}{dt}. \tag{55}$$

Die Werte $\frac{d\varphi_1}{dt}$ und $\frac{d\varphi_{12}}{dt}$ lassen sich aber aus den zugehörigen Elektrometerablesungen ϑ_1 und ϑ_{12} — die Unveränderlichkeit der Ströme vorausgesetzt[1]) — nach Gleichung (4) und (24) berechnen.

Es ist schließlich:

$$I_1 = \left\{ K_1 \vartheta_1 - \frac{k_{12}}{K_2} (K_1 + K_2) (\vartheta_{12} - \vartheta_1) \right\} \cdot \frac{1}{56 \,.\, \varepsilon \,.\, 300} \quad E.S.E. \tag{56}$$

und

$$I_{12} = (K_1 + K_2) \frac{\vartheta_{12}}{56 \,.\, \varepsilon \,.\, 300} \quad E.S.E. \tag{57}$$

Da die Auffangfläche F der unteren Platte 50 cm² beträgt, ergibt sich für die Stromdichte:

$$i_1 = \frac{I_1}{F} = \frac{K_1 \vartheta_1 - \frac{k_{12}}{K_2} (K_1 + K_2) (\vartheta_{12} - \vartheta_1)}{840000 \,.\, \varepsilon} \tag{58}$$

B. Die Stromcharakteristiken.

Für jeden Plattenabstand h finden wir eine Stromcharakteristik, d. h. die Stromstärke in ihrer Abhängigkeit von der zwischen den Platten

1) In der Tat werden die Ströme während der Beobachtung schwächer, da die Potentialdifferenz Φ auf $\Phi - \frac{d\varphi_1}{dt}$ in der Zeiteinheit herabsinkt. Dieser Umstand wurde bei der Auswertung der Beobachtungsresultate berücksichtigt.

bestehenden Potentialdifferenz Φ. Wir erhalten je nach dem Vorzeichen von Φ positive und negative Ströme.

Die Charakteristiken wurden graphisch dargestellt. Die Ströme I_1, welche auf die untere Platte gelangen, wurden in *E.S.E.* als Ordinaten aufgetragen, die Potentiale als Abszissen. Um auch die Stromdichten ablesen zu können, wurde ein besonderer Maßstab angebracht. In gleicher Weise besitzt auch die Abszissenachse manchmal einen doppelten Maßstab, um die Potentiale in Volt und in *E.S.E.* ablesen zu können.

Für jedes Potential Φ der oberen Platte waren immer vier Werte abzulesen: ϑ_{12} und ϑ_1 für beide Vorzeichen von Φ. Um dielektrische Nachwirkungen in den Isolatoren zu vermeiden, wurden die negativen und positiven Ströme abwechselnd nacheinander beobachtet. Die Genauigkeit der berechneten Ströme beträgt im allgemeinen 1%. An manchen Stellen jedoch war sie geringer infolge der unregelmäßigen Aufladung. Man wird zunächst an radioaktive Schwankungen [1]) des Poloniums denken, doch glaube ich die Beobachtung gemacht zu haben, daß diese Schwankungen ganz besonders deutlich bei gewissen Potentialen auftraten.

Ich werde auf diesen Punkt später noch einmal zurückkommen. In den Charakteristiken sind diese Stellen an dem unstetigen Verlauf der Kurven erkenntlich.

Die Aufnahme einer Charakteristik erforderte ca. 1 bis $1\,^1/_2$ Tage. Wie die Aufzeichnung und Berechnung der Beobachtungsdaten erfolgte, möge aus folgenden Beispielen (siehe Tabellen S. 30 und 31) aus den Versuchsprotokollen hervorgehen.

Wir unterscheiden zwei Arten von Charakteristiken, je nachdem der Raum infolge des Plattenabstandes bei der begrenzten Reichweite der Alphastrahlen ganz oder teilweise ionisiert ist.

Die erstere Art ergab sich bei den Plattenabständen

$h = 0{,}21$ cm
0,46 „
0,93 „
1,99 „
2,99 „

Da die Reichweite 3,8 cm, beziehungsweise 4,4 cm bei dem entsprechend niederen Drucke (714 mm) beträgt, ist bei $h = 3{,}6$ cm die Grenze der Ionisation.

Die zweite Art wurde gewonnen bei den Abständen

$h = 4{,}03$ cm
5,02 „
6,20 „
7,50 „
8,97 „

1) E. Meyer u. E. Regener, Ueber Schwankungen der radioaktiven Strahlung etc. Ann. 25, 1908, S. 757 u. ff.

Beobachtungsprotokoll.

$h = 4{,}03$ cm

Stellung des Drehk. $D_1 : 0$ Nadelpotential: $N_p = 80{,}6$ Volt
„ „ „ $D_2 : 13{,}0$ $N_n = 81{,}0$ „

Φ in Volt	ϑ_1 +	ϑ_1 −	ϑ_{12} +	ϑ_{12} −	Bemerkungen
0	—	0,10 0,06 0,09	+	0,47 0,52	11h 30a., Donnerstag. 17° C; 712,1 mm.
0,0608	0,43	— 0,65	1,05	— 0,09	
0,1013	0,80	— 1,04	1,41	— 0,52	2h 30 p. 17,4° C; 712,6 mm.
0,2025	1,58	— 2,00	2,30	— 1,52	
0,4050	3,10	— 3,82	3,96	— 3,46	
0,6075	4,40 4,45	— 5,50	5,40	— 5,03	
0,8100	5,72	— 7,14	6,69	— 6,47	
1,010	6,90	— 8,32	7,77	— 7,58	
1,418	8,64	— 10,60 — 10,55	9,55	— 9,60	
2,025	10,68	— 12,33	11,0	— 11,06	
3,045	12,06	— 13,56	12,22	— 12,40	
4,065	12,3* 12,4	— 14,00	12,95	— 13,00	* Unruhe.
6,05	12,9	— 14,2* — 14,65 — 14,97	13,25	— 13,55	* Unruhe.
12,1	14,4	— 15,1	14,1 14,0	— 14,25	
20,5	15,15	— 15,75	14,6	— 14,7	
39,0	16,05	— 16,3	15,15	— 15,4	
79,0	16,95	— 16,85	16,1	— 16,15	
139,6	17,90	— 17,80	16,73	— 17,20	
200,1	17,70	— 17,9	17,00	— 17,8 — 17,3	7 h p.
300,9	18,75	— 18,85	17,6	— 17,8	3 h 30 p. Freitag.
401,9	19,1	— 18,75	18,4	— 18,15	18,9° C; 714,2 mm.
487,9	19,2 19,25	— 19,4 — 19,35	18,0	— 18,5	$N_p = 80{,}6$, $N_n = 81{,}0$.
589,4	19,1 19,1	— 19,8 — 20,0	18,8 18,35	— 18,5 — 18,5	
39,0	15,90	— 16:20	15,20	— 15,40	
139,9	17,4 17,6	— 17,7 — 17,9	17,0	— 16,9 — 17,0	
200,4	17,9	— 18,3	17,5	— 17,4	

Die der ersten Art entsprechenden Charakteristiken wurden aufgenommen, um aus den Sättigungsströmen die Braggsche [1]) Kurve nachzuweisen und daraus zu ersehen, bis zu welchem Abstand h die Ionisation nahezu homogen ist. Die Charakteristiken, welche innerhalb dieses Bereiches aufgenommen wurden, sollen nun so verlaufen, daß sie in erster Näherung der Thomsonschen Gleichung gehorchen, die den Wiedervereinigungskoeffizient berücksichtigt, dagegen die Diffusionsglieder vernachlässigt.

Infolgedessen müßte auch die Methode Retschinskys zur Auffindung des Wiedervereinigungskoeffizienten aus diesen Kurven anwendbar sein.

1) loc. cit.

Auswertungsprotokoll. $h = 4{,}03$ cm

Voltempfindl. $\varepsilon = 67{,}9$; $k_{11} = 182$ cm; $K_1 = 230$ cm
Elektrometerkop. $\gamma = 57{,}5$; $k_{22} = 207$ cm; $K_2 = 198$ cm
$10^5 I_{12} = 37{,}52\ \vartheta_{12}$;
$10^5 I_1 = 20{,}16\ \vartheta_1 - 1{,}78\ (\vartheta_{12} - \vartheta_1)$.

Φ in Volt	$I_1 \cdot 10^5$ +	$I_1 \cdot 10^5$ −	$I_{12} \cdot 10^5$ +	$I_{12} \cdot 10^5$ −	Bemerkungen
0	— 2,7		+ 18,6		
0,0608	7,61	— 14,10	39,4	— 3,38	
0,1013	15,1	— 21,9	52,9	— 19,50	
0,2025	30,57	— 41,18	86,3	— 57,02	
0,4050	61,0	— 77,60	148,5	— 129,8	
0,6075	87,4	— 111,7	202,5	— 188,7	
0,8100	113,6	— 144,9	251,0	— 242,7	
1,010	137,6	— 168,8	291,5	— 284,3	
1,418	172,6	— 215,0	358,3	— 360,2	
2,025	214,7	— 250,9	412,5	— 415,0	
3,045	242,8	— 275,3	458,3	— 465,3	
4,065	248,0	— 286,2	486,0	— 488,0	
6,05	259,5	— 296,0	497,0	— 508,5	
12,1	290,0	— 305,7	527,0	— 534,6	
20,5	306,3	— 319,4	547,6	— 551,4	
39,0	323,3	— 329,1	569,1	— 578,0	
79,0	343,1	— 340,7	604,0	— 606,0	
139,6	358,3	— 360,0	632,6	— 640,6	
200,1	359,8	— 361,6 — 370,3	647,2	— 652,8	
300,9	380,0	— 375,2 — 381,8	660,0	— 668,7	
401,9	385,2	— 378,6	688,4	— 681,0	
487,9	392,7	— 391,3	676,2	— 694,2	
589,4	385,9	— 403,4	696,8	— 694,2	

Die Charakteristiken der zweiten Art, bei teilweise ionisiertem Raume aufgenommen, sollen unserer Absicht gemäß die Daten zu Berechnung der Beweglichkeiten liefern.

1. Die Sättigungsströme.

Vollkommene Sättigung zu erreichen, war bei diesen Versuchen nicht möglich, eine Beobachtung, die schon wiederholt gemacht wurde[1]). Um nun diese Ströme für verschiedene Plattenabstände h miteinander vergleichen zu können, machen wir die Annahme, daß für die Sättigung die herrschende Feldstärke maßgebend ist. Wir vergleichen demnach die Stromstärken untereinander, die bei gleicher mittlerer Feldkraft $\frac{\Phi}{h}$ erhalten wurden. Die Kurve in Tafel III, Fig. 13 zeigt die Abhängigkeit der Sättigungsströme vom Plattenabstand h für die gleiche mittlere Feldstärke $\frac{\Phi}{h} = 200\ \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Ursprünglich wurden Kurven dieser Art für verschiedene Feldstärken

1) J. J. Thomson, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, loc. cit. Kap. 2, S. 14.

$\frac{\Phi}{h}$, die beinahe Sättigung ergaben, gezeichnet. Je größer $\frac{\Phi}{h}$ gewählt wurde, desto mehr drängten sich diese Kurven zusammen. Dabei wurden bei der Einzeichnung der Werte für die Ordinaten die Mittelwerte aus positiven und negativen Strömen genommen; denn es konnte bei der Genauigkeit der Messungen dieser kleine, von der Ungleichförmigkeit der Ionisierung herührende Unterschied selbst noch in der Nähe der Sättigungsströme beobachtet werden. Die negativen Ströme waren fast durchweg ein wenig größer als die positiven Ströme.

Die Sättigungsströme S für die verschiedenen Abstände h geben die Summe der Elektrizitätsmengen, die durch die Absorption der Alphateilchen in dem Raum zwischen den Platten erzeugt wurden. Ist die sekundlich erzeugte Ionenmenge für jeden cm³ dieselbe, so werden die Sättigungsströme S und daher auch die entsprechenden Stromdichten s mit den Abständen h proportional wachsen.

Der Theorie gemäß ist der Faktor q dieser Proportion die gesuchte im cm³ pro Sekunde erzeugte Elektrizitätsmenge:

$$s = h \,.\, q. \tag{59}$$

Da jedoch, wie Bragg [1]) gezeigt hat, q mit wachsendem Abstand sich ändert und bis zu einem Höchstwert ansteigt, um dann plötzlich bei der Reichweite unmeßbar klein zu werden, geben die gefundenen Sättigungsstromdichten für jedes h den zugehörigen Integralwert:

$$s = \int_0^h q\,dh. \tag{60}$$

Wir könnten durch graphische Differentiation die Braggsche Kurve aus unserer Darstellung in Tafel III, Fig. 13 rekonstruieren. Um festzustellen, daß q bis zu $h = 3$ cm konstant bleibt, genügt jedoch der Nachweis, daß bis zu diesem Abstande die Kurve linear verläuft, was durch Anlegen eines Lineals deutlich wird. Es zeigt sich, daß, von der Unregelmäßigkeit bei ganz kleinen Abständen bis $h = 0{,}5$ cm abgesehen, die Ionisation bis zum angegebenen Bereiche nahezu konstant [2]) verläuft. Unsere durchlochte Platte wirkt demnach in gewünschter Weise als Geradführung für die Alphastrahlen. Die Störung der Konstanz für die kleinen Abstände müssen wir der Deltastrahlung zuschreiben, die nach neueren Untersuchungen [3]) jedesmal auftritt, wenn Alphateilchen auf Metall auftreffen. Da wir mit Sicherheit schließen können, daß einige Alphateilchen innerhalb der Röhrchen an die Wandungen stoßen, ist zu erwarten, daß die obere Platte der Sitz der schon nach wenigen Mil-

1) loc. cit.

2) Wir finden auf diese Weise aus der Kurve in Tafel III, Fig. 13 den Wert $q = 2{,}5 \,.\, 10^{-5}$ *E.S.E.*

3) N. R. Campbell, Die Deltastrahlen. Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 1912, Band 9, 3. Heft, p. 419 u. ff.

limetern absorbierten Deltastrahlung ist. In gleicher Weise wird durch den Anprall der Alphateilchen an der unteren Platte eine lebhafte Deltastrahlung hervorgerufen werden. Je größer wir den Abstand nehmen, um so mehr tritt der Einfluß der ionisierenden Wirkung der Deltastrahlung infolge ihrer sehr geringer Reichweite zurück gegenüber der der Alphastrahlung.

Außerdem ist aus der Kurve in Tafel III, Fig. 13 deutlich erkennbar, daß für die von uns berechnete Reichweite ($h = 3{,}6$ cm) die Sättigungsströme ihren Höchstwert erreicht haben.

2. Der Wiedervereinigungskoeffizient.

Retschinsky[1]) hat nach einer von J. Stark angegebenen Methode der schwachen Ströme den Wiedervereinigungskoeffizienten berechnet. Es folgt nämlich für sehr kleine Werte der Stromdichte aus der elementaren Theorie für den Plattenkondensator:

$$i = (U + V)\sqrt{\frac{q}{a}} \cdot X, \tag{61}$$

wo X die Feldstärke ist.

Die Größe $\alpha = a \cdot e$ wird der Wiedervereinigungskoeffizient genannt. e ist das Elementarquantum der Elektrizität ($e = 4{,}9 \cdot 10^{-10}$ *E.S.E.*). Werden durch Ionisation im cm³ in der Zeiteinheit n Ionen beiderlei Vorzeichens erzeugt, so ist die dadurch entstandene positive, beziehungsweise negative Elektrizitätsmange q:

$$q = n \cdot e, \tag{62}$$

wofern wir jedem Ion ein Elementarquantum zuteilen. Da die ganz schwachen Ionenströme dem Ohmschen Gesetze gehorchen, so können wir X leicht berechnen:

$$X = \frac{\Phi}{h}. \tag{63}$$

Für die Summe der Beweglichkeiten $U + V$ wollen wir, wie es gleichfalls Retschinsky getan hat, einen bekannten Wert einsetzen. Für die folgende Berechnung ist angenommen:

$$U + V = 900 \tag{64}$$

in absolutem Maße und *E.S.E.*

Voraussetzung ist bei dieser Theorie, daß der Raum zwischen den Platten gleichmäßig ionisiert ist, daß also q überall denselben Wert besitzt. Daß dies bis zu $h = 3$ cm in unserem Falle mit hinreichender Genauigkeit zutrifft, haben wir im vorigen Abschnitte gesehen. Wir wären somit imstande, noch Umformung von Gleichung (61), den Wiedervereinigungskoeffizienten α nach folgender Gleichung zu berechnen:

$$a = \frac{\alpha}{e} = q \cdot (U + V)^2 \cdot \frac{\Phi^2}{h^2 i^2}. \tag{65}$$

1) loc. cit.

In Tafel III, Fig. 14 und Fig. 14a sind die Charakteristiken für schwache Ströme graphisch dargestellt. Diesen Kurven wurden die Wertepaare Φ, i entnommen, solange sie linearen Verlauf zeigten. Aus der Kurve in Tafel III, Fig. 13 fanden wir für q den Wert $q = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$.

Berechnen wir auf diese Weise nacheinander für die Plattenabstände $h = 0{,}21$; $0{,}46$; $0{,}93$; $2{,}99$ cm die Koeffizienten $\frac{\alpha}{e}$, so ergeben sich folgende Größen:

h	$\frac{\alpha}{e}$
0,21	10^7
0,46	$6{,}5 \cdot 10^5$
0,93	$8 \cdot 10^4$
2.99	9450,

ein Resultat, das insofern mit dem von Retschinsky übereinstimmt, als die für den Wiedervereinigungskoeffizienten gefundenen Werte mit kleiner werdendem Plattenabstand h sehr stark zunehmen. Der für $h = 2{,}99$ cm gefundene Wert, ist jedoch immer noch doppelt so groß, als der von Retschinsky bei 760 mm Luftdruck durch Extrapolation für sehr großes h gefundene. Dabei waren die von Retschinsky gewählten Plattenabstände unter 1,3 cm, die im cm^3 pro Sekunde erzeugte Ionenmenge 10^5 mal größer. Retschinsky erklärt diese Abhängigkeit des Wiedervereinigungskoeffizienten vom Plattenabstand durch die Adsorption der Ionen an den Platten.

Daß auch die Diffusion bei den sehr schwachen Strömen einen wesentlichen Anteil an dem Verschwinden der Elektrizitätsmengen haben muß, geht aus unseren Versuchen hervor.

Ist $I_{12} = I_1 + I_2$ der gesamte Strom, I_1 der Teil, der die vom Schutzring umschlossene Platte erreicht, so zeigt die in Tafel III, Fig. 15 beim Plattenabstand $h = 0{,}21$ cm gewonnene Kurve, wie der Bruchteil $\mu = \frac{I_1}{I_{12}}$ des Gesamtstroms, der die innere Platte erreicht, mit schwächeren Strömen I_1 kleiner wird. Da für Sättigungsstrom $\mu = 0{,}505$, für den Strom $I_1 = 0$, $\mu = 0{,}455$ gefunden wurde, sind demnach 10 % des Stromes, der die innere Platte treffen sollte, in radialer Richtung durch Diffusion verloren gegangen. Da die Diffusionsströme proportional den Gradienten der räumlichen Ionendichte sind, auch ihre Richtung davon bestimmt ist, so läßt sich erwarten, daß das bei den sehr schwachen Strömen auftretende starke Gefälle der Ionendichte an der Anode und Kathode in noch höherem Grade die Ionen beiden Vorzeichens an die Platten treibt und so in axialer Richtung eine Verarmung der Ionenmenge zwischen den Platten bewirkt, da der Gradient in radialer Richtung jedenfalls kleiner eingeschätzt werden muß. Die Theorie vermag jedoch diesen

Vorgang noch nicht zu beschreiben, weshalb unsere Resultate eine Korrektur in dieser Hinsicht nicht erfahren können.

3. Die Beweglichkeiten.

Die Charakteristiken der zweiten Art, bei welchen nur ein Teil des Raumes zwischen den Platten ionisiert ist, sollen uns zur Ermittlung der Beweglichkeiten dienen. In dem nicht ionisierten Raume können nur Ionen eines Vorzeichens vorkommen; denn ist z. B. die obere Platte positiv geladen, so werden die negativen Ionen, die in dem ionisierten Raume entstehen, nach oben getrieben und da in dem nicht ionisierten Raume — abgesehen von der geringen Spontanionisation — Ionen nicht entstehen, ist dieser Raum nur von den von oben kommenden positiven Ionen erfüllt. In diesem Falle gilt für den nicht ionisierten Raum nach einer Rechnung von Thomson[1]) für die Stromdichte:

$$i = U\varrho X, \tag{66}$$

wenn X die Feldstärke, ϱ die Dichte der Elektrizität und U die Beweglichkeit des positiven Ions bedeutet. Und da[2])

$$\frac{dX}{dz} = 4\pi\varrho, \tag{67}$$

so ist:

$$\frac{8\pi i}{U} = \frac{d(X^2)}{dz}. \tag{68}$$

Wir erhalten daraus durch Integration:

$$X = \sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\,(z+c)^{3/2}. \tag{69}$$

Und da $X = -\frac{dV}{dz}$, folgt durch nochmalige Integration:

$$C - V = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\,(z+c)^{3/2}, \tag{70}$$

wobei alle Werte in *E.S.E.* zu messen sind.

In dem nicht ionisierten Raum hat das Potential V den in Gleichung (70) beschriebenen Verlauf. Je nach der Größe der Stromdichte i ändern sich auch die Integrationskonstanten C und c.

Verlegen wir den Koordinatenanfangspunkt in die obere Platte, so heißt dies: Gleichung (70) gilt nur zwischen $z = 3{,}6$ cm (Ionisationsgrenze) und $z = h$.

Solange wir die Stromdichte nicht ändern, bleibt der Kraftlinienverlauf und damit der Spannungsabfall $\Delta\Phi$ im ionisierten Raum ($z = 0$ bis $z = 3{,}6$ cm) ungeändert, bei welchem Plattenabstand wir auch den

1) loc. cit. Kap. 3, S. 77 ff.

2) Die z-Achse verläuft parallel der Symmetrieachse des Kondensators von oben nach unten.

Versuch anstellen mögen. Dann ist aber auch die Feldstärke an der Grenze zwischen ionisiertem nnd nicht ionisiertem Raume jedesmal dieselbe, und da der Theorie gemäß beim Grenzübergang die Feldkraft stetig bleiben muß, so ist nach Gleichung (69) für gleiche Stromdichte i c konstant. Damit ist aber bewiesen, daß auch im nicht ionisierten Raume, bei gleichem i, der Kraftlinienverlauf derselbe ist und bei Aenderung des Abstandes h durch die untere Platte früher oder später unterbrochen wird, wodurch allein die gesamte Potentialdifferenz Φ zwischen den Platten geändert wird. Wieviel diese Aenderung der gesamten Potentialdifferenz $\Phi_1 - \Phi_2$ beträgt, wenn wir den Plattenabstand von h_1 nach h_2 verschieben, ließe sich für ein gegebenes i — die Größe c, C und U als bekannt vorausgesetzt — jedesmal berechnen. Umgekehrt können wir aber auch für ein gegebenes i aus einer für verschiedene h gewonnenen Charakteristikenschar und die dadurch gegebenen Potentialdifferenzen die Größen c, C und schließlich U berechnen.

Allgemeiner in mathematische Form gekleidet können wir sagen: Unsere Charakteristiken der zweiten Art stellen eine Schar von Kurven in der i, V-Ebene dar:

$$i = f(h, V), \tag{71}$$

wobei h Parameter ist.

Wir können daraus eine Schar von Kurven in der V, h-Ebene ableiten:

$$V = f(h, i), \tag{72}$$

wobei i Parameter ist. Diese letzteren müssen der Gleichung (70) entsprechend verlaufen.

Darauf gründet sich unsere Methode zur Bestimmung der Beweglichkeiten U und V.

Entnehmen wir beispielsweise aus drei Charakteristiken, die bei den Abständen h_1, h_2 und h_3 gewonnen wurden, für ein gegebenes i die Potentiale Φ_1, Φ_2 und Φ_3. Der der Stromdichte i entsprechende Spannungsabfall im ionisierten Raume sei $\Delta\Phi$.

Für $z = h$ ist $V = 0$ gemäß unserer Versuchsanordnung, und Gleichung (70) lautet nach Substitution dieser Werte:

$$C = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\,(h_1 + c)^{3/2}. \tag{73}$$

Für $z = 3{,}6$ ist $V = \Phi_1 - \Delta\Phi$. Gleichung (70) ergibt:

$$C - \Phi_1 + \Delta\Phi = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\,(3{,}6 + c)^{3/2}. \tag{74}$$

Durch Substitution von Gleichung (73) in Gleichung (74) erhalten wir:

$$\Phi_1 - \Delta\Phi = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\left\{(h_1 + c)^{3/2} - (3{,}6 + c)^{3/2}\right\}. \tag{75}$$

Für jede der drei Charakteristiken ließe sich eine derartige Glei-

chung anschreiben. Subtrahiert man je zwei solcher Gleichungen voneinander, so erhält man folgende zwei Relationen:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\left\{(h_1 + c)^{3/2} - (h_2 + c)^{3/2}\right\} \tag{76}$$

$$\Phi_2 - \Phi_3 = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{8\pi i}{U}}\left\{(h_2 + c)^{3/2} - (h_3 + c)^{3/2}\right\}, \tag{77}$$

die nur noch U und c als Unbekannte enthalten und zur Ermittlung derselben dienen können.

Es würden drei Charakteristiken genügen, um für eine gegebene Stromdichte die Beweglichkeit U zu finden.

Da wir über mehr als drei Charakteristiken verfügen, könnten wir die Genauigkeit unserer Rechnung erhöhen, indem wir dabei von der Ausgleichungsrechnung Gebrauch machen.

Zur Berechnung wurde jedoch ein graphisches Verfahren eingeschlagen, das schneller zum Ziele führte und gleichzeitig die Ausgleichung der gefundenen Werte gestattete. Da es aber mit der Methode selbst nichts zu tun hat, — die Berechnung hätte ebensogut auf einem anderen Wege erfolgen können —, verzichten wir auf eine Beschreibung dieser Rechenweise.

Das graphische Verfahren hatte noch einen weiteren Vorteil; es ergaben sich immer zwei Grenzwerte für die Beweglichkeit U, beziehungsweise V, für eine bestimmte Stromdichte i, so daß daraus auf die Genauigkeit des Verfahrens geschlossen werden kann.

In Tafel III, Fig. 16 sind die gefundenen Beweglichkeiten U und V als Ordinaten aufgetragen. Je zwei übereinander liegende Punkte bezeichnen die Grenze, innerhalb welcher der wahre Wert der Beweglichkeit liegen soll. Die zugehörigen der Berechnung zugrunde gelegten Stromdichten ergaben die Abszissen. Die zusammengehörigen Wertpaare Φ und h, welche dabei zur Ermittelung dienten, wurden aus den Charakteristiken entnommen, die in verkleinertem Maßstabe in Tafel III, Fig. 17 für die positiven, in Tafel III, Fig. 18 für die negativen Beweglichkeiten dargestellt sind.

Hätte jedes Ion eines Vorzeichens dieselbe Beweglichkeit, so dürfte es nichts ausmachen, bei welcher Stromdichte wir die Berechnung anstellen. Abweichungen davon müßten als Mangel der Methode gedeutet werden, und es dürften zur weiteren Erhöhung der Genauigkeit nur die Werte gemittelt werden, die in gewissen Grenzen eine Unabhängigkeit von der Stromdichte erkennen lassen. Wir ersehen jedoch aus den Kurven in Tafel III, Fig. 16 deutlich eine Abhängigkeit der Beweglichkeiten von der Stromdichte, in dem Sinne, daß die Beweglichkeiten mit wachsender Stromdichte abnehmen. Dieses Resultat war nicht vorauszusehen. Zwar wissen wir aus neueren Untersuchungen[1]), daß die bisher gefundenen

1) Am besten zu entnehmen aus dem nach Abschluß dieser Arbeit erschienenen

Beweglichkeiten nur Mittelwerte einer Ionengruppe sind, deren Geschwindigkeiten im einzelnen in weiten Grenzen variieren können. Auch die von uns gemessenen Beweglichkeiten stellen nur Mittelwerte dar, und es fragt sich, ob nicht dieser Mittelwert durch die Ionenbewegung im nicht ionisierten Raume gestört werden kann. Daß dies nicht der Fall ist, möge folgende Rechnung zeigen.

Unter der üblichen Annahme, daß jedes Ion seine ihm eigentümliche Beweglichkeit U_i dauernd behält, ist nach Gleichung (66) und gemäß der Kontinuitätsbedingung für die Elektrizitätsmenge:

$$i_i = U_i \rho_i X \text{ constans.} \tag{78}$$

Durch Summierung erhalten wir:

$$i = \Sigma i_i = X \,.\, \Sigma\, U_i \rho_i = \text{constans.} \tag{79}$$

Andererseits ist:

$$\rho = \Sigma \rho_i. \tag{80}$$

Für den Mittelwert U resultiert daher:

$$U = \frac{\Sigma \rho_i U_i}{\Sigma \rho_i}, \tag{81}$$

da die Dichten ρ_i den Ionenzahlen proportional sind.

Durch Substitution der Werte ρ_i aus den Gleichungen (78) in Gleichung (81) folgt:

$$U = \frac{\Sigma i_i}{\Sigma \frac{i_i}{U_i}} = \frac{i}{\Sigma \frac{i_i}{U_i}} = \text{constans}, \tag{82}$$

q. e. d.

Die Aenderung des Mittelwertes U muß daher schon im ionisierten Raume stattfinden. Bedenken wir, daß die Beweglichkeiten, die wir hier gemessen haben, Ionen angehören, die im ionisierten Raume der Wiedervereinigung entgangen sind, so läßt sich daraus der Schluß ziehen, daß die Wiedervereinigung die Ursache dieser Mittelwertsänderung ist, um so mehr als wir gerade die Teile der Charakteristiken bei den schwächsten Strömen verwendet haben, bei welchen die Wiedervereinigung im ionisierten Raum die größte Rolle spielt.

In der Tat, machen wir die Annahme, daß die schnelleren Ionen weniger leicht durch Wiedervereinigung zugrunde gehen, so resultiert daraus, daß bei wachsender Stromdichte und damit verminderter Wiedervereinigung die langsameren Ionen mehr und mehr die Mittelbildung zu ihren Gunsten beeinflussen werden.

Wir haben bei der Betrachtung der Ionenbewegung im nichtionisierten Raume bisher stillschweigend die Voraussetzung gemacht, daß sich die Ionen geradlinig, parallel der Symmetrieachse bewegen, und somit die radiale Strömung infolge Diffusion oder infolge der gegenseitigen

Bericht von J. Frank, Bericht über Ionenbeweglichkeit. Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik 1912, Band 9, 2. Heft, S. 235 u. ff.

Abstoßung der Ionen gleichen Vorzeichens vernachlässigt, so daß die gemessenen Beweglichkeiten nur die axialen Komponenten bedeuten würden. Die Größenordnung des damit begangenen Fehlers läßt sich jedoch leicht an der Hand unserer Resultate abschätzen und zeigen [1]), daß derselbe vernachlässigt werden kann.

Aus den Grenzwerten in Tafel III, Fig. 16 ist ersichtlich, daß bei der Stromdichte $i = 4 . 10^{-5}$ die Fehler der Methode anfangen größer zu werden. Aus diesem Grunde unterblieb für größere Stromdichten eine Berechnung der Beweglichkeiten aus den Charakteristiken.

Die Kurven ergeben größere Werte für die negativen Beweglichkeiten V, als für die positiven U.

Rutherford gibt in seinem Buche „Die Radioaktivität“ [2]) an: für die positive Beweglichkeit $U = 1{,}36$, für die des negativen Ions $V = 1{,}87$ cm/Sec.$^{-1}$ pro Volt/cm^{-1} (nach Zeleny).

Diese Werte sind in unserem Diagramm durch Parallele zur Abszissenachse angedeutet. Es geht daraus hervor, daß die meisten der gefundenen Beweglichkeiten unter diesen Werten liegen. Doch ist dies nicht auffallend, wenn man bedenkt, daß die von uns gemessenen Mittelwerte auch die ganz langsamen sogenannten „Langevinionen“ umfassen.

Wir wollen aber die Genauigkeit der gefundenen Werte nicht überschätzen. Denn einerseits haben wir bei der Berechnung des Wieder-

1) Ist $I_{12} = I_1 + I_2$ der gesamte, I_1 der auf die vom Schutzring umgebene Platte gelangende Strom und $\frac{I_1}{I_{12}} = \mu$, so wird für geradlinigen Verlauf der Ströme, also für Sättigungsströme, μ eine Konstante μ_s. Für den Plattenabstand $h = 0{,}2$ cm wurde bei Sättigungsstrom (Fig. 15) gefunden:

$$\mu_s = 0{,}505.$$

Divergieren die Ströme nach unten, so wird μ kleiner. Fig. 19 in Tafel III zeigt für den Plattenabstand $h = 8{,}97$ cm die Abhängigkeit von μ für verschiedene Stromdichten. Nimmt man an, daß im ionisierten Raume keine Divergenz erfolgt und daß die Stromdichte i auf dem Schutzring in der Nähe des Spaltes so groß wie auf der umschlossenen Platte ist, so läßt sich der mittlere Divergenzwinkel β berechnen. Ist r der Radius der unteren Platte, so hat der Streuungskegel bei $z = 3{,}6$ cm den Querschnitt $r^2\pi$, bei $z = h$ habe er den größeren Querschnitt $R^2\pi$. Es gelangt auf die untere Platte die Strommenge $\mu . I_{12} = r^2\pi . i$, es sollte auf die untere Platte die Strommenge $\mu_s . I_{12} = R^2\pi . i$ gelangen. Daraus folgt: $\frac{R}{r} = \sqrt{\frac{\mu_s}{\mu}}$ und für den halben Oeffnungswinkel α des Kegels: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{h - 3{,}6}\left(\sqrt{\frac{\mu_s}{\mu}} - 1\right)$

Für den mittleren Divergenzwinkel β finden wir durch eine hier nicht wiedergegebene Integration: $\operatorname{tg}\beta = \frac{2}{3}\operatorname{tg}\alpha$.

Die gefundenen Beweglichkeiten wären demnach mit $\frac{1}{\cos\beta} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta}$ zu multiplizieren. Für den Abstand $h = 8{,}97$ cm beträgt dieser Faktor 1,015. Wir können daher auf diese Korrektur verzichten.

2) E. Rutherford, Die Radioaktivität, deutsch von E. Aschkinaß, 1907, S. 47.

vereinigungskoeffizienten gesehen, welch wesentliche Rolle die Diffusion bei den ganz schwachen Strömen spielt, andererseits fanden wir bei größeren Potentialdifferenzen gewisse Unstetigkeiten der Ströme, so daß auch dadurch die Resultate gefälscht sein können. Ohne letzteren Umstand aufzuklären, wollen wir daher die, für die Beweglichkeiten gefundenen Kurven in Tafel III, Fig. 16 nur in dem Bereich von $i = 10^{-5}$ *E.S.E* bis $i = 2 \cdot 10^{-5}$ *E.S.E.* gelten lassen und die Gültigkeit der steiler abfallenden Aeste, als vorläufig nicht genügend sichergestellt, verwerfen. Für die elementare Theorie, die nur je eine Beweglichkeit für das positive und negative Ion kennt, kämen dann etwa die Werte in Betracht für $i = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ *E.S.E.*, also für:

$$U = 340 \text{ } E.S.E. = 1{,}25 \text{ cm/Sec.}^{-1} \text{ pro Volt/cm}^{-1}$$

und $$V = 500 \text{ } E.S.E. = 1{,}67 \text{ cm/Sec.}^{-1} \text{ pro Volt/cm}^{-1}.$$

Diese Werte werden Ionen zugeschrieben, die als Stromträger gedient haben, da sie ja, wie wir oben festgestellt haben, der Wiedervereinigung entgangen sind.

Im übrigen behaupten wir, daß die Mittelwerte für die Beweglichkeiten der Ionen beider Vorzeichen, wie sie unsere Methode liefert, mit wachsender Stromstärke abnehmen.

C. Zusammenfassung.

Wir haben versucht, aus den am Plattenkondensator erhaltenen Charakteristiken Werte für den Wiedervereinigungskoeffizienten und für die Beweglichkeiten des positiven und negativen Ions zu finden.

Wir sahen, daß bei der „Methode der schwachen Ströme zur Ermittelung des Wiedervereinigungskoeffizienten" neben der Adsorption, wie schon Retschinsky fand, auch die Diffusion eine wesentliche Rolle spielt, so daß die erhaltenen Resultate eine Korrektur in dieser Hinsicht zu erfahren hätten. Es ergibt sich daraus die Forderung, die elementare Theorie für die ganz schwachen Ströme zu erweitern:

Es müßten einerseits in der Thomsonschen Differentialgleichung, nach dem Vorgang von Riecke[1]), die Diffusionsglieder mit in Rechnung gesetzt werden, dazu käme andererseits als „Randbedingung" die Berücksichtigung der Adsorption. Doch scheint die Lösung dieses Problems unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten zu bieten.

Bei der Berechnung der Beweglichkeiten des positiven und negativen Ions aus den Charakteristiken fanden wir Werte, die mit den nach anderen Methoden gefundenen in guter Uebereinstimmung stehen.

Es zeigt sich ferner, daß diese Werte mit wachsender Stromstärke abnehmen.

Wir haben aus diesem Resultate den Schluß gezogen, daß diese

1) loc. cit.

Werte Mittelwerte der verschiedenen Beweglichkeiten einer Gruppe von Ionen sind, die auch die „Langevinionen“ enthält.

Es erweist sich demnach die Methode, die Beweglichkeiten aus den Charakteristiken zu ermitteln, als brauchbar. Es muß zugegeben werden, daß der Weg, auf welchem wir zu unseren Resultaten gelangt sind, ein langer und mühevoller war. Doch scheint mir die gewonnene Erkenntnis, daß die bei ruhender Luft aus stationären Strömen erhaltenen Beweglichkeiten mit den nach anderen Methoden gefundenen in guter Uebereinstimmung stehen, allein der Mühe wert gewesen zu sein.

Zum Schlusse gestatte ich mir, Herrn Geheimen Hofrat Professor Dr. H. Ebert meinen Dank auszusprechen für das Interesse, das er meiner Arbeit entgegengebracht hat, und für die liebenswürdige Unterstützung durch Rat und Tat.

Fig. 1.

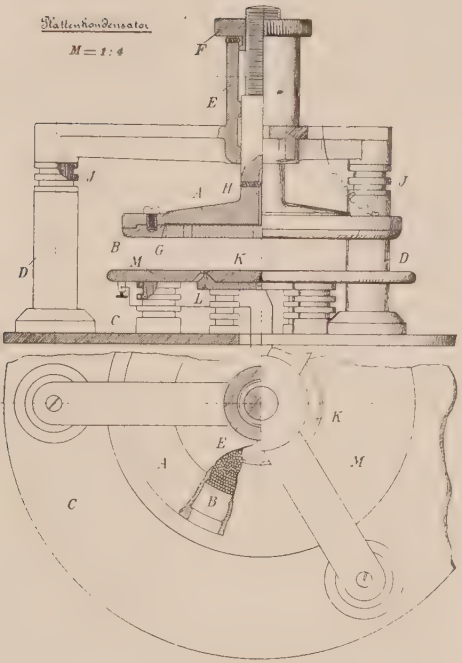
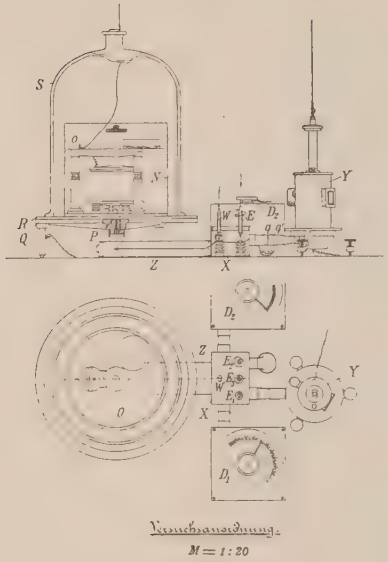


Fig. 2.



Versuchsanordnung.
M = 1 : 20

Fig. 5.

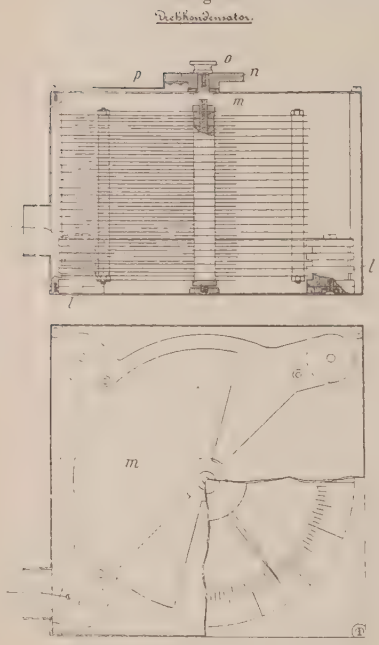
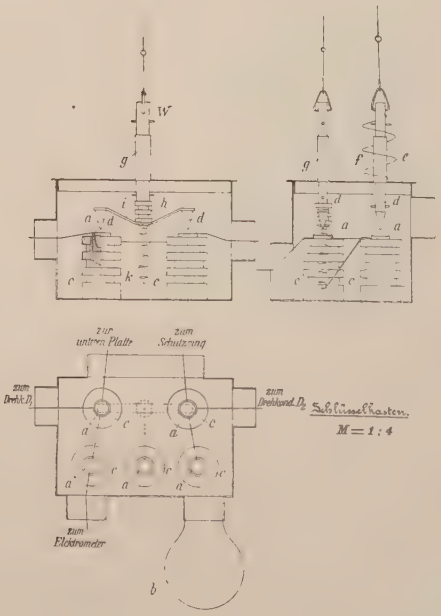
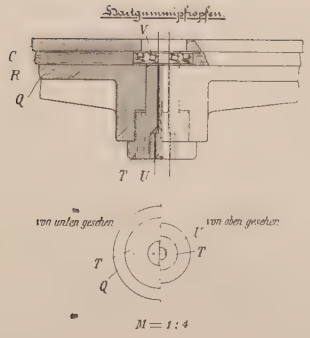


Fig. 4.



Schlüsselkasten.
M = 1 : 4

Fig. 3.



M = 1 : 4

Fig. 6.

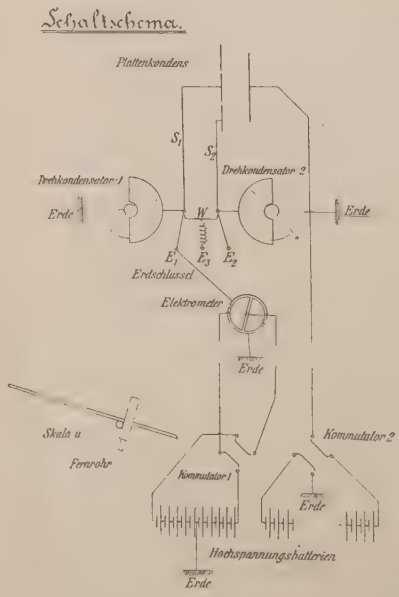


Fig. 7.

Kurve zur Reduktion der Skalenablesung auf Bogenmaß.

für den Abstand 2000 mm.

Der zum Ausschlag x gehörige Bogen s beträgt:

$s = x - y$ mm

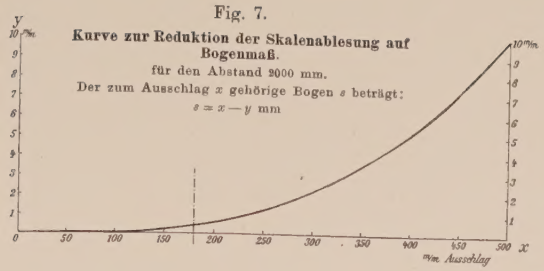


Fig. 8.

Abhängigkeit des Elektrometers ϑ von der Zeit.

$$\vartheta - \vartheta_1 \left\{ t - 3{,}7 + 3{,}93 \cdot e^{-\frac{2{,}18}{T} \cdot t} \cos \pi \left(\frac{t+1{,}2}{T} \right) \right\}$$

T ist die Schwingungsdauer ($T = 12{,}35$ Sec.)

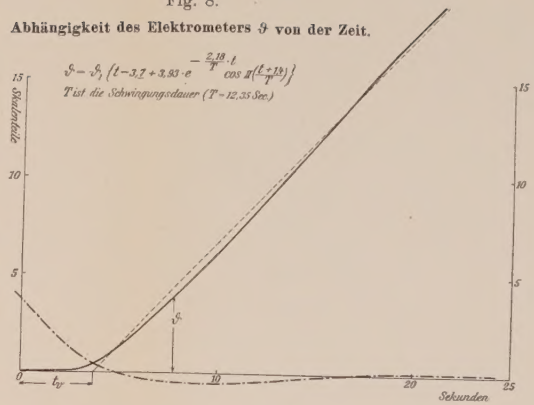


Fig. 11.

K_{11} für $h = \infty$

Für endliche Werte von h ist K_{11} um K_{01}, also um

$$K_{01} = \frac{4{,}00}{h + 0{,}015}$$

zu vergrößern.

h [cm]	K_{01} [cm]
0,21	18,6
0,45	8,6
0,83	4,2
1,99	2,0
2,99	1,3
4,03	1,0
5,02	0,8
6,20	0,65
7,50	0,5
8,97	0,4

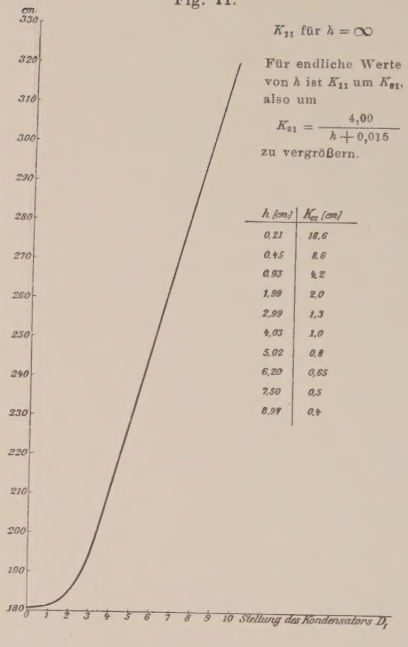


Fig. 9.

Eichkurve:

für die Werte der Kapazität K_{11}

bei $h = 0{,}93$ cm

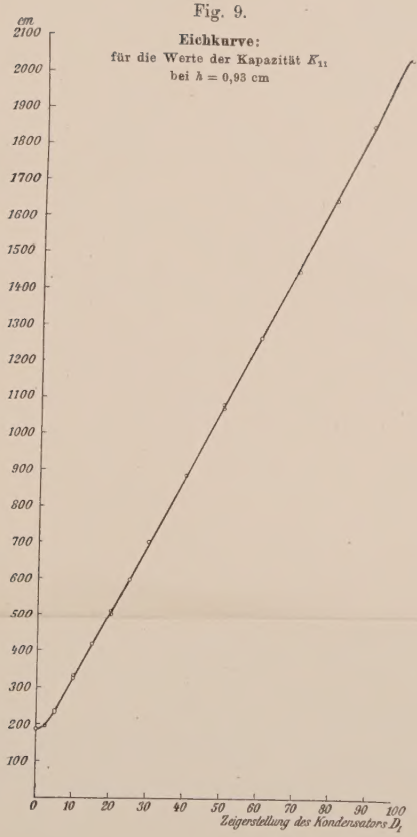


Fig. 10.

Eichkurve:

für die Werte der Kapazität K_{22}

bei $h = 0{,}93$ cm

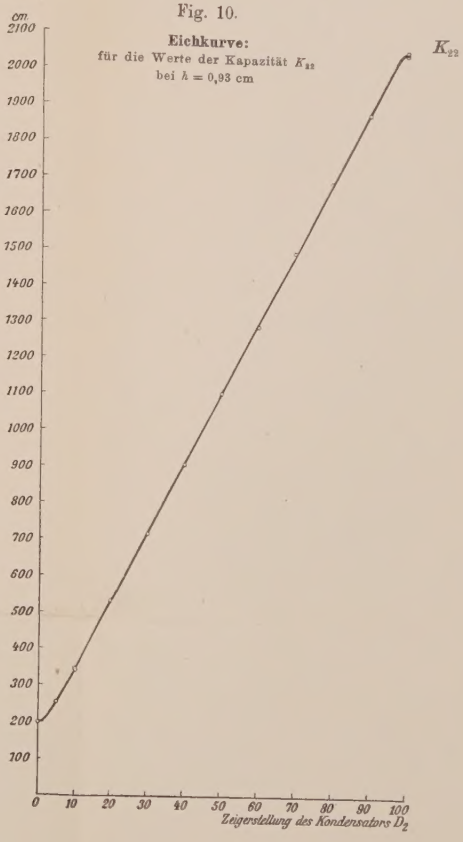
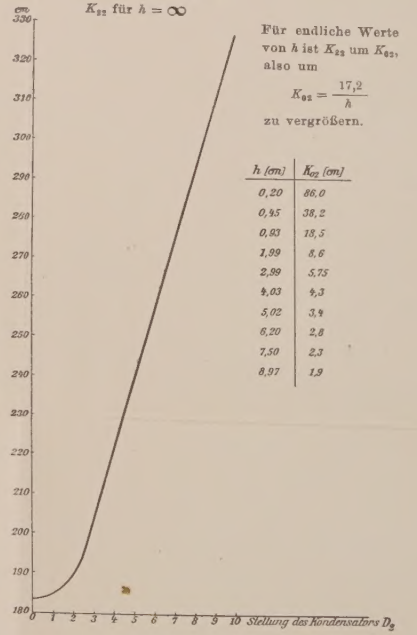


Fig. 12.

K_{22} für $h = \infty$

Für endliche Werte von h ist K_{22} um K_{02}, also um

$$K_{02} = \frac{17{,}2}{h}$$

zu vergrößern.

h [cm]	K_{02} [cm]
0,20	86,0
0,45	38,2
0,93	18,5
1,99	8,6
2,99	5,75
4,03	4,3
5,02	3,4
6,20	2,8
7,50	2,3
8,97	1,9